

殘差約束法 (RCA)：框架與規程

本文為 2025 年 3 月 5 日最初發表於 Zenodo 的論文之更新版的繁體中文譯本。譯文藉助人工智慧輔助完成並經編輯部審校；英文版為權威版本。

William Bert Craytor, SRA

第 1 卷 第 1 期 · 2026 年夏季

發表於 2026 年 7 月 1 日

DOI: [10.67330/kgebf46](https://doi.org/10.67330/kgebf46)

© 2026 William Bert Craytor. Published by Pacific Vista Net.

本開放取用文章依據創用 CC 姓名標示 4.0 國際授權條款 (CC BY 4.0) 的條款發布。

摘要。傳統估價方法的一個重大侷限在於其依賴過時的手工技術，例如配對比較分析 (matched pair analysis)。這類方法對不動產特徵的價值貢獻視而不見：傳統的銷售網格 (sales grid) 沒有價值貢獻一欄，只有調整一欄。而事實上，價值貢獻正是建構數學約束的必要基礎——這些約束能夠防止傳統估價師的高估與低估。

殘差約束法 (Residual Constraint Approach, RCA) 透過整合一個多階段估價流程來推進傳統的成交案例比較法 (Sales Comparison Approach, SCA)：該流程運用多元自適應迴歸樣條 (Multivariate Adaptive Regression Splines, MARS)，並對特徵價值貢獻施加嚴格的數學約束，尤其針對未被測量的特徵——諸如美學、設計、狀況與品質等潛變數——其價值在傳統估價中通常受制於估價師的主觀判斷與偏誤。

RCA 中的數學約束依賴於對 MARS 迴歸的專業運用，以估計可測量不動產特徵對成交價格的價值貢獻。然而，這一估計通常只能解釋實際成交價格的約 80%，不包括設計、功能效用、狀況和品質等主觀評估的特徵。在舊金山灣區 (San Francisco Bay Area)，代表這些主觀成分的殘差平均約占不動產總價值的 20%。80/20 這一數字反映的是作者在舊金山灣區典型資料條件下的經驗，不應被解讀為跨市場不變的常數。在可實現 R^2 較低的市場中，本框架的應對之道是識別並測量未被測量的價值驅動因素——例如沿海社區中與海洋的距離、山坡社區中的海拔高度，以及當 MLS 資料未提供時從外部來源收集的類似變數——而不是接受這一侷限並報告更寬的誤差區間。雖然在其他情境下 MARS 殘差通常被視為估計誤差，但在不動產估價中，殘差是潛變數價值的間接度量。儘管這初看似似乎不切實際，但已有證明表明：只要各描述性成分的貢獻之和等於殘差，殘差就可以被有意義地分解為這些成分——且不影響最終的估價結果。

這一方法論源自作者二十年的實證應用經驗，透過在 R 與 Python 環境中對 MARS 的迭代實作逐步發展而成。

關鍵詞：不動產估價，住宅估價，殘差約束法，MARS，多元自適應迴歸樣條，成交案例比較法，殘差分析，潛變數，自動估價

目錄

1 引言	3
2 背景	5
3 估價工程師	7
4 假設	8

5 RCA 工作流程	10
5.1 MARS 分析的類型	10
5.2 處理工作流程	10
5.3 資料工作流程	11
5.3.1 MARS 的資料要求	11
5.3.2 規程：已成交交易掛牌資訊	12
5.4 專案資料夾結構	14
5.4.1 規程：多次 MARS (earth) 執行	15
5.5 核心 Excel 活頁簿	16
5.6 備份	16
6 活頁簿記號	17
6.1 描述維度	17
6.1.1 專案維度 (“a”)	18
6.1.2 執行版本維度 (“r”)	18
6.1.3 工作流階段 (“w”)	19
6.1.4 Excel 活頁簿工作表 (“s”)	19
6.1.5 不動產掛牌資訊 (“p”) ——MLSData 列	20
6.1.6 MLS 變數 (“v”) ——MLSData 欄	20
6.1.7 最終記號示例	20
6.1.8 理由	21
6.1.9 矩陣?	21
6.1.10 第一次簡化	21
6.1.11 第二次簡化	22
7 RCA 銷售網格	23
8 變數	26
8.1 變數來源本體	26
8.2 變數應用本體	27
8.3 二階與三階項	28
8.3.1 調整變數	28
8.3.2 匯總變數	29
8.3.3 特殊變數 & 記號	29
8.3.4 分解殘差	30
9 RCA 核心證明	31

10 MARS 模型	32
10.1 模型變數與交互作用的「 g 」函數	32
10.2 g 函數的索引	32
10.3 繪圖維度	33
10.4 最終模型方程	33
10.5 繪製一個模型所需的圖形數量	34
11 資料特徵	36
11.1 殘差的用途	36
11.2 作為近似迴歸變數的狀況與品質評級	36
11.3 資料錯誤	37
11.4 什麼是準確性？	38
11.5 作為異常值的估價對象	39
11.6 CVR2 在應對意外資料方面的重要性	39
12 殘差	41
12.1 排序與評分	41
12.2 CQA-殘差曲線	43
12.3 CQA 曲線的特徵	43
12.3.1 CQA 曲線各組成部分的分析	43
12.3.2 市場動態與社會含義	44
12.4 估價對象殘差	44
12.5 RCA 價值結論	45
12.5.1 一般考慮	45
12.5.2 複核、審計與投訴	45
13 結論	46

1 引言

本文闡述了一種現代方法的邏輯與數學基礎，該方法旨在準確估計住宅及其他不動產的市場價值（market value）。這一方法源自 20 年來將多元自適應迴歸樣條（Multivariate Adaptive Regression Splines, MARS）軟件應用於北加州住宅——尤其是舊金山灣區各社區——的實務經驗，在估價精度上實現了顯著進步。MARS 能夠嫺熟地捕捉不動產特徵與價值之間的非線性關係，同時高效地識別並優先處理影響最大的變數，從而提升估價品質。這一能力使估價師（appraiser）能夠以遠快於傳統方法的速度發現新市場區域中的價值動態。MARS 構成了本文提出的殘差約束法（Residual Constraint Approach, RCA）的骨幹。RCA 方法之所以得名，源於其嚴謹的框架：

- 它對已測量和未測量不動產特徵的價值貢獻（value contribution）均施加嚴格約束：

1. 所有由 MARS 導出的價值貢獻，包括殘差（residual）在內，其總和必須等於每個可比交易案例（comparable）的淨售價。
 2. 殘差可以分解為具有指定價值的子成分，前提是這些子成分的總和等於該可比交易案例的殘差。
- RCA 透過將主觀特徵——如美學吸引力、狀況和品質——的總價值與殘差掛鉤，最大限度地減少了估計此類特徵時的偏誤；當由勝任的估價工程師（valuation engineer）構建 MARS 模型時，殘差能夠被準確量化。

儘管 RCA 主要為住宅不動產設計——在此類不動產中主觀特徵對市場價值影響顯著——但它在更廣泛的資產估價應用中亦具潛力。鑑於美國住宅不動產市場的估計價值約達 \$45 兆，準確的估價至關重要。Fannie Mae 指出，典型估價與實際售價的偏差約為 5%，但這一數字掩蓋了偏誤問題，因為估價師往往面臨與售價保持一致的壓力。此外，由於 60%–70% 的估價用於再融資——缺乏可比售價——RCA 所能提供的精度之必要性便顯而易見。美國聯準會 2012 年的分析估計，2008 年危機前有 15%–20% 的估價與售價的偏差超過 $\pm 10\%$ ，這一範圍如今很可能仍適用於再融資估價，並因不動產類型和市場而異。準確性為何重要？對於低貸款價值比（LTV）的交易——例如信用良好的買方在 \$1 million 的住宅上支付 \$500,000 頭期款——貸款機構可能免除估價，認為法拍風險極小。然而，跳過估價的買方有多付的風險，往往在購買之後才發現缺陷。這凸顯了 RCA 這類穩健估價方法的價值。量化估價的準確性仍然頗具挑戰。研究者缺乏針對「市場價值」偏差的直接度量指標，只能依賴間接代理。傳統估價方法根植於主觀判斷，且受估價師勝任程度參差不齊的影響，使分析更加複雜。相關策略包括：

1. Tzioumis (2016) 研究了 11 個州 4,782 名估價師的 259,436 份估價報告，發現三分之一的估價與合約價的偏差在 1% 以內，一半高出合約價 1%–3%，少數平均高出 5%——表明存在向上偏誤。該研究識別出兩類估價師：「按市場價值」型（接近合約價）和「高於市場價值」型（持續偏高）。
2. Krivorotov and LaCour-Little (2020) 發現 90% 的購屋估價達到或超過合約價，凸顯了「錨定偏誤」——向某一期望價值靠攏的傾向——在再融資情境中尤為明顯。

這些研究揭示了估價實務中的偏誤，而傳統工具的侷限性又放大了這種偏誤。如果估價師普遍勝任且無偏誤，他們的估價結果應當趨同；某些群體持續的高估（overvaluation）表明存在系統性問題。

上述偏誤研究及其指向的系統性模式，反映了傳統成交案例比較法（Sales Comparison Approach, SCA）實務的一個更深層特徵，而這正是 RCA 旨在解決的問題。傳統方法在兩個認識論地位截然不同的管道上運作。在可測量特徵管道上——GLA、房間數、土地面積、房齡、位置——估價師被期望透過配對分析或對可比交易案例的局部線性迴歸，客觀地推導調整（adjustment）值。勝任的估價師會做這項工作，由此得到的調整至少大體上能在資料面前站得住腳。但即便在這一管道上，傳統的網格也只記錄調整；它甚至沒有一欄用於記錄價值貢獻。傳統的調整也並非作為價值貢獻之差來計算——它們是透過配對或類似程序直接估計出來的，底層的價值貢獻從未被計算過。相比之下，在 RCA 中，每一項調整都是估價對象（subject property）與可比交易案例在給定特徵上的價值貢獻之差——證明 II 正是精確刻畫了這一結構的後果。在主觀特徵管道上——狀況、施工品質、設計、功能效用、美學——可用的支持程序從單薄到近乎空洞不等。主觀特徵調整可以透過對直接可比集合之外不動產的配對分析、訴諸公認的同行慣例，或引用估價師在該市場中有記錄的經驗來支持。這三者形式上都符合專業標準。但沒有一個能達到可測量管道常規實現的統計嚴謹性。

其結果是，標準的要求與方法所能提供的支持之間存在程序上的不對稱。標準要求對每一項調整——無論可測量還是主觀——都提供支持。而方法在一個管道上提供穩健的支持，在另一個管道上則只有一系列較弱的程序，從樣本量為一的軼事式配對，到引用其他估價師的習慣做法，不一而足。誠實而勝任的估價師對景觀調整進行細緻的配對分析，其提供的支持顯著優於毫無依據地援引同行慣例者；但在標準表格上比較這兩份估價報告的審查者卻難以區分二者，

因為表格記錄的是調整值，而非其推導的嚴謹程度。方法之所以容忍這種不對稱，是因為對於主觀特徵，一直沒有更強的程序可供執業估價師普遍使用。

RCA 對這兩個管道都有改進，但方式在範疇上截然不同。在可測量管道上，MARS 迴歸能夠捕捉配對分析和普通線性迴歸無法表達的非線性關係、變數交互作用和基底函數（basis function）結構。MARS 模型是針對市場區域內全部合格銷售資料（通常為數百宗）擬合的，而非傳統網格中的三到九個可比交易案例，因此由 MARS 導出的價值貢獻既客觀，又比其所取代的方法準確得多。在主觀管道上，RCA 所做的事情與任何傳統支持程序在性質上都不相同。它根本不試圖為單個主觀特徵估計調整值。所有主觀特徵——潛變數（latent variable）——的貢獻共同表現為殘差：即每個可比交易案例的實際淨售價與其 MARS 預測價之差，可直接由資料計算，無需估價師輸入。將該殘差分解為具名成分——設計、功能效用、景觀、狀況、品質等——受到其總和必須等於殘差總額的約束，並且根據證明 II（第 9 節），任何滿足該約束的分解都會得出相同的價值結論。工作流程中剩下的判斷，是將估價對象放置在可比交易案例殘差排名分布中的位置，這一判斷是對照可檢查的排名做出的，並在報告中明確記錄。一份薄弱的 RCA 估價報告仍然可能出現——缺乏經驗的 VE 可能構建出過擬合的 MARS 模型、對估價對象做出不合理的定位，或忽視資料中的異常——但其薄弱之處是審查者透過檢查模型和排名即可識別的，而不是標準表格審查所無法揭示的那種薄弱。

除再融資之外，估價師對屋主負有提供準確估價的義務，尤其是在高價值購置中，錯誤可能造成數萬乃至數十萬的損失。然而，許多人不願在估價上花費 \$600–\$1,000，懷疑其附加價值。RCA 這類先進方法雖然初期資源投入較大，卻有望帶來更高的精度。隨著方法的改進和經驗的積累，其效率——以及採用率——應會不斷提高。

2 背景

作者的教育背景為數學、資訊科學與統計學。其職業為軟件工程師，兼具估價與會計方面的輔助經驗。他自 2002 年起斷斷續續從事估價工作，並自約 2004 年起將 MARS 應用於住宅不動產的調整值確定和價格趨勢分析。

使用 MARS 進行估價是估價領域的「深度經驗」。MARS 生成的模型能比任何其他統計方法都更細緻地反映哪些變數對市場價值有貢獻，以及這些變數取值的變化如何影響售價。因此，在使用 MARS 估價的過程中，估價師不斷考察由 MARS 模型揭示的變數取值與售價之間的因果關係。

出於透明性的考慮，RCA 方法最適用於具備以下特徵的住宅區域：

1. 不動產彼此差異很大的複雜社區

- 較老的住宅
- 更新程度參差不齊
- 多種不同的建築風格與設計
- GLA、土地面積、海拔和景觀等不動產屬性差異較大。

2. 複雜的市場狀況

- 快速變化的市場狀況
- 類型多樣的買方

3. 良好的資料來源：RCA 規程（protocol）基於資料探勘，需要充足的高品質資料。雖然它也可用於資料稀疏的區域，但可能不值得為此投入所需的時間和成本。

4. 需要準確的市場價值估計。RCA 在多數情況下應能提供 $\pm 1-2\%$ 的精度。估價工程師報告應就最終價值結論的精度條件加以說明。如果資料或資訊不足，或未能透過資料探勘發現

市場中的一致模式，精度就會受損，且應將這一情況告知客戶。具體而言，較高的 R² 和 CVR²（交叉驗證 R²，透過將 MLS 資料集反覆隨機劃分為訓練集和測試集計算得到）、有意義的 MARS 模型，以及排名殘差中不動產 CQA（狀況-品質-吸引力）特徵所呈現的強模式，是評估價值結論準確性與可靠性的主要手段。

過去 20 餘年間這些 RCA 規程的發展，依託於 MLSListings Inc. (Sunnyvale, CA) 及其他目前可透過 MLSListings 存取的 MLS 資料，這些資料佔作者資料分析經驗的 95% 以上。作者的專業能力源自在北加州 15 個主要郡進行的大量估價工作，並在 10 個次要郡積累了額外經驗。

RCA 方法在滿足以下兩個關鍵條件的市場中最為有效：

1. 高品質估價資料的豐富可得性
2. 複雜、異質的住宅區域，其特徵為：
 - 多樣的建築風格
 - 程度不一的不動產更新
 - 跨越數十年的開發模式

加利福尼亞州各郡經驗

本文所作論述基於在以下北加州各郡進行不動產估價的經驗：

San Mateo	Santa Clara	Marin	Napa	Monterey	Santa Rosa
Alameda	San Francisco	Contra Costa	Sacramento	El Dorado	San Joaquin
Stanislaus	Placer	Solano	Mendocino	Lake	Colusa
Merced	Nevada	San Benito	Santa Cruz	Sutter	Yuba

上述區域基本涵蓋矽谷及其周邊各郡，並向外延伸至更多鄉村地區，包括中央谷地和內華達山麓。應當指出，與美國其他欠發達地區的許多估價師所能獲得的資料相比，作者始終擁有充足且相對準確的資料。

所用的 MLS 資料經過 RESO 認證，符合 RCF (RESO Common Format)。儘管有 RCF 認證，一些不動產的、通常屬次要重要性的資料有時仍會缺失或有誤，其原因或是最初稅務評估員的錄入錯誤，或是後續銷售經紀人的 MLS 輸入錯誤。這些錯誤往往遵循某種模式，例如特徵不存在時乾脆不做輸入。舉例來說，在沒有車棚時，「carport spaces」一欄不輸入 0，而是什麼都不填。在車棚罕見的地區，分析師可以用 0 替代缺失資料，以便得到有用的車棚調整值。雖然 R/earth 及其他 MARS 實作可以處理缺失資料，但如何處理由估價工程師 (Valuation Engineer, VE) 決定。

MLSListings 的資料也可從其他一些州（從佛羅里達到夏威夷）的 MLS 獲得。這對於測試規程和程式碼在不同州的執行效果很有用。

3 估價工程師

定義 1：估價工程師

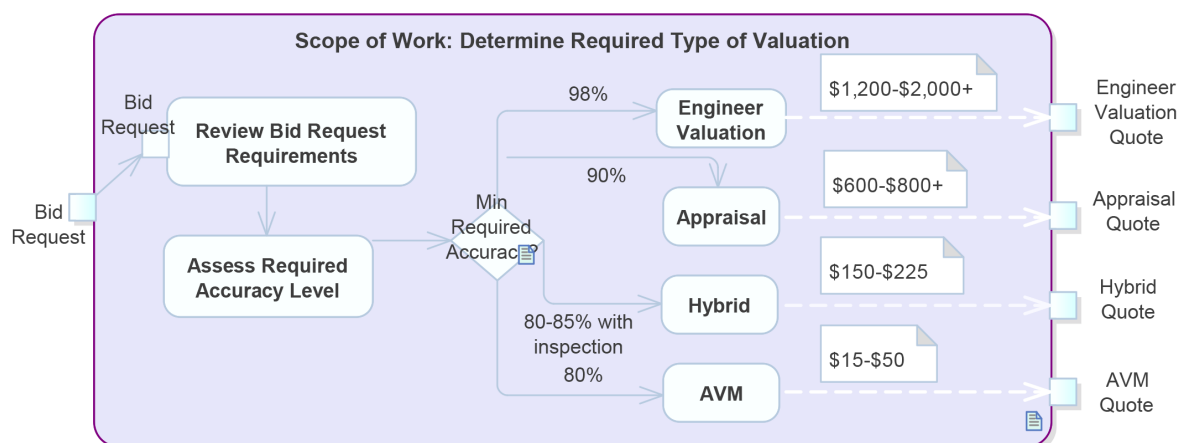
為避免歧義，「估價工程師」（Valuation Engineer，簡稱「VE」）一詞指這樣的人員：他既具備持照估價師的專業能力，又在運用資料探勘、統計學、程式設計、詳細規程和人工智慧來確定複雜不動產市場價值方面擁有高階的知識、技能與經驗。還應認識到，鑑於既已證實的詐欺可能性，估價是一項需要某種形式執業許可的工作。

貸款機構通常提供以下幾種估價選項：

1. 自動估價模型（AVMs）——成本最低的選項
2. 混合估價——由無執照查勘員實地查勘，持照估價師負責監督
3. 標準估價——由持照估價師完成

通常不在估價工作考慮範圍之內的，是工程師級估價。具備這類技能組合的估價師實在不多，但市場應當存在對他們的需求。藉助 RCA 方法（MARS 加約束），他們能夠提供顯著更高的準確性，並幾乎保證相當良好的客觀性。

對於較新住宅社區中的合規不動產，標準估價通常已經足夠。然而，對於翻新歷史長達 30 年以上區域中的老宅，則建議採用工程師估價。在這兩種方法之間的選擇應遵循基於不動產特徵和市場狀況的結構化決策流程。



4 假設

假設 1：地理區域 & 不動產類型

本文的範圍主要聚焦於加利福尼亞州大都市及城市地區的獨戶住宅與共管公寓。雖然成交案例比較法也適用於其他不動產類型和地理區域，但在對農業用地、多戶不動產和商業不動產進行估價時，收益法和成本法通常發揮更主導的作用。在此類情況下，RCA 方法可能需要修改，或適用性有限。

假設 2：資料儲存

CSV 和 Excel 在 MLS 系統中被大量使用，並被假定為向 RCA 程式饋送資料的主要方式；當然，也可以使用經紀商資料源將資料持續送入 SQL 資料庫。備份和中間儲存常使用 SQL 資料庫，其中扮演重要角色的兩個是免費開源的 SQLite 和 PostgreSQL。文字或 RTF 檔案也用於報告片段，PNG、JPG、TIFF 檔案用於圖形。需要注意的是，許多人也使用 Microsoft 的 SQL Server，但其免費版「SQL Server Express」限制很大（例如只能使用 1 個 CPU 核心），而其他版本用於商業用途則需支付高昂的許可費。加利福尼亞州的不動產資料庫可能非常龐大，連接（join）操作可能非常耗時，因此對大型連接而言，一台 8 核以上、配備 128G 記憶體電腦會很有用。當需要查找任意邊界區域內的所有不動產時，SQL 資料庫同樣重要。因此，舉例來說，如果使用群集分析來劃定社區，就會傾向於使用某種 SQL 資料庫。然而，不同資料庫處理地理資訊的內建函數各不相同，因而互不相容。在這一系列關於 RCA 的文章中，複雜的 SQL 任務假定使用 PostgreSQL，簡單任務使用 SQLite。

假設 3：MARS 處理使用「R/earth」。

2017 年之前，Salford Systems 的 MARS 軟件是一個價格親民的解決方案，每年 \$270。然而，在 Minitab 收購 Salford Systems 之後，MARS 被打包進其 SPM 軟件包，年費高達 \$16,000——這一價位令大多數小企業望而卻步。幸運的是，由 Stephen Milborrow 維護的 R 語言「earth」包 (Milborrow 2024a) 已發展到與 Minitab 的 SPM MARS 相當乃至更強的水準。earth 包還具有額外優勢：它免費可得，與 R 全面的統計生態系統無縫整合，並可透過 Python 藉助 Pandas 存取，為不同工作流程提供了出色的靈活性。與 MARS 相關的討論均假定具體使用 R/earth。

假設 4：符號約定

來自 CSV 檔案和 Excel 試算表等外部來源的原始資料用標準拉丁字元表示。這包括多重掛牌服務 (MLS) 不動產資料、使用 R/earth 包的 MARS (多元自適應迴歸樣條) 組態設定，以及專案特定資料。這一記法同樣適用於它們在 R 或 Python 中對應的資料框表示。

在討論不動產特徵及其各種類型和子集時，記法改用希臘字母，以增強精確性和分析上的清晰度。雖然這種數學記法看起來更為嚴格，但它有一個關鍵目的：將抽象的不動產特徵與其原始資料表示區分開來。按照慣例，希臘字元始終表示不動產特徵，而拉丁字元表示試算表資料結構。例如，符號 M 表示 MLS 資料矩陣，其列為各不動產，欄為相應的特徵。

假設 5：程式設計語言

在本領域，R 和搭配 Pandas 的 Python 是主導語言，在對速度要求較高時則使用 C 或 C++。R/earth 本身即以 R 和 C 編寫。

假設 6：索引

索引方式在不同程式設計語言與數學之間可能各不相同，這可能令人困惑：

- 數學和 R 從 1 開始索引。
- C、C#、C++ 和 Python 從 0 開始。

在本文中，為保持一致和簡單，所有索引均從 0 開始（如 Python 或 C）。具體規則如下：

- 對於列表、矩陣或資料框：
 - 索引 0 保留給「估價對象」（即被研究的主要不動產）。
 - 示例：在以列表表示不動產的表格中，第 0 列是估價對象，第 0 欄存放所有不動產的唯一 ID。
 - 實用提示：排列不動產時將估價對象放在最前（第 0 列），其餘不動產按銷售日期從新到舊排列，並按順序編號（0、1、2 等）。
- 當沒有估價對象時：
 - 如果資料結構不包含不動產（例如僅有變數或函數），則跳過索引 0，索引從 1 開始。
 - 給 R 使用者的特別說明：由於 R 使用 1 基索引，在用 R 實作本文的數學內容時，需將所有索引加 1，以從 0 基調整為 1 基。

5 RCA 工作流程

理解 RCA 工作流程是進行有效分析的關鍵。整個過程遵循一系列結構化的分析任務與決策節點

5.1 MARS 分析的類型

MARS 分析的工作流程取決於僅需進行市場分析，還是需要對特定不動產進行估值或估價。請注意，對特定不動產的估價通常需要對其所在市場區域進行分析。

- 市場分析：側重於郡、市或界定區域等較大範圍。這種方式不涉及具體的估價對象，因此無需得出價值結論。工作流程以模型開發、驗證以及生成配套分析結果為核心。一旦確定並記錄了最優模型，流程即告結束。
- 單一不動產分析涵蓋市場分析的全部內容，並進一步確定特定不動產的價值。這與傳統估價方法有著根本區別。在傳統方法中，價值通常透過對 3-9 個可比交易案例進行調整並計算加權平均值得出。相比之下，RCA 主要透過兩個部分來確定價值：

1. MARS 模型的預測值
2. 估計的不動產特定殘差（連同相應的 CQA 評分）

在 RCA 中，銷售網格的主要作用是透過展示各變數的貢獻，來解釋估價對象與可比交易案例之間的價值差異。RCA 的一個關鍵優勢在於其穩定性：儘管客戶可能會對可比交易案例的選擇提出異議，但無論選擇哪些可比交易案例用於展示，價值結論都保持一致，因為所有成交案例（無論是 15 個還是 600 個）都是使用同一模型進行調整的。雖然較早的成交案例會被自動調整至當前市場狀況，但一般而言仍以近期成交案例為佳。隨著時間跨度的拉長，未被測量的市場特徵變得愈發重要，模型捕捉價格因素的效果也隨之減弱。

5.2 處理工作流程

整體處理工作流程可以用以下步驟來描述：

1. 工作範圍。
2. 建立初始專案資料夾與檔案。
3. 下載 MLS 資料。關於所需不動產記錄數量以及日期範圍限制的設定，請參閱規程 1.1-1.3。
4. 完成各設定工作表：迴歸變數、交互項、聚合項、計算項。
5. 執行 MARS (R/earth) 迴歸以建立價格模型。
6. 由 MARS 模型生成各不動產的價值貢獻與殘差（純殘差以及殘差/SF）。
7. 按殘差/SF 對不動產進行排序。
8. 為每個可比交易案例建立 CQA 評分。
9. 假設已經生成了一份真實反映各不動產整體吸引力的品質排序，則透過研究排序中的總體模式趨勢，為估價對象在排序中找到最合適的位置，並為其賦予 CQA 評分。
10. 將相應的殘差/SF 賦予估價對象，即殘差/SF · (估價對象) GLA。
11. 將 MARS 價格估計值與所賦殘差相加，得出估價對象的價值結論。

12. 將估價對象的殘差分解為描述性組成部分及其價值貢獻。
13. 計算可比交易案例由模型產生的價值貢獻與調整額，以及所有小計和調整後成交價格。
14. 調整後成交價格將等於估價對象的最終價值結論。
15. 選取 6–12 個最相似的不動產納入銷售網絡。
16. 將可比交易案例的殘差總額分解為殘差組成部分的價值貢獻，分解完成後將殘差總值設為 0。
17. 重新計算所有小計以及銷售網絡中可比交易案例的調整後成交價格。核對數值。
18. 將銷售網絡上傳至報告。

請注意，採用 RCA 時，最終價值結論並非直接來源於銷售網絡中的可比價值。在 RCA 方法下，銷售網絡僅僅成為一種解釋工具，用於說明為何那些看似與估價對象相似的不動產，其成交價格會高於或低於最終價值結論或估價對象的評估價值。必須換一種方式來看待這一點：估價對象的價值結論取決於 MARS 模型的價格估計值，以及估價工程師所估計的殘差。但這兩個量在很大程度上依賴於參與 R/earth 迴歸的全部不動產，該迴歸生成了不動產殘差的排序，而估價工程師透過將估價對象置於該排序中的某一位置，確定了其 CQA 評分，進而確定了其殘差。銷售網絡中的調整實際上是由 RCA 所施加的數學約束決定的；儘管殘差分解在一定程度上取決於估價工程師的判斷，但分解出的價值貢獻合計必須始終等於相應的殘差。我們從證明 2 可知，雖然殘差各組成部分的實際數值可能因估價工程師的判斷而異，但對於給定不動產，其合計值是完全受約束的，因此無論估價工程師如何改動殘差分解，都不會改變該不動產的調整後成交價格。

5.3 資料工作流程

請注意，本文僅對 RCA 方法給出高層級的工作流程。其他文章將深入探討 RCA 分析的各個階段與子階段。

5.3.1 MARS 的資料要求

我們需要指定銷售交易的起始日期，並根據估價或估值的基準日確定截止日期。這通常需要考慮每一交互度（大於 1 時）所需迴歸變數與交互項數量的估計值。

5.3.2 規程：已成交交易掛牌資訊

規程 1.1：確定所需 MLS 已成交交易掛牌資訊的數量

本規程說明如何計算輸入 MARS 迴歸所建議的已成交交易掛牌資訊的最低數量。你需要先做一個粗略估計，隨後執行一階、二階乃至三階的 MARS 以生成初始模型，然後按照下述規則審查資料列數，判斷是否需要更多記錄。本規程假設各自變數之間是 100% 相互獨立的，而這在不動產領域幾乎不可能成立；例如，GLA 與房間數量通常高度相關，GLA 也很可能與土地面積存在相關性。這就涉及到「自由度 (DOF)」的計算。每一個真正獨立的變數佔一個自由度。但是，當所謂的自變數之間存在依賴關係時，準確計算 DOF 需要進行一定的分析，這已超出本文的討論範圍。只需記住，由於變數之間很可能存在共線性，下述估計值可能偏高。

1. 對於一階項（無交互項），每個變數約 ~ 15 列的經驗規則效果良好
2. 對於每一個允許的雙向交互項，應額外增加約 15–30 處不動產
3. 對於更高階的交互項（3 個及以上變數），每項應有 30 處以上不動產。

不過，這並非硬性規則。實際所需數量可能取決於：

- 資料中的訊噪比
- 所要建模的關係的複雜程度
- 反應變數的變異程度
- 資料的品質

示例：

因此，如果你有：

- 10 個主變數
- 5 個允許的雙向交互項
- 2 個允許的三向交互項

則可按如下方式計算所需成交案例的最低數量：

$$\begin{aligned} N &= (10 \text{ 個變數} * 15 \text{ 列/變數}) + \\ &\quad (5 \text{ 個雙向交互項} * 22 \text{ 列/雙向交互項}) + \\ &\quad (2 \text{ 個三向交互項} * 30 \text{ 列/三向交互項}) \\ &= 320 \text{ 列} \end{aligned}$$

或者，也可以採用以下做法：在對一組資料執行 R/earth 之後，可以用模型中基底函數的數量加一作為自由度的估計值，再將該數值乘以 20–30，即可得到所需輸入記錄的數量。

規程 1.2：銷售期間應盡量避免購屋者偏好發生變化

在收集歷史不動產資料時，如果市場偏好的變化能夠透過適當的變數加以捕捉，則對時間跨度沒有嚴格限制。在處理市場中建築風格演變時，請考慮以下要點：主流建築風格的變化（例如從加州牧場式向地中海式的轉變）可以透過以下方式建模：

- 社區（subdivision）識別碼
- MLS 區域程式碼
- 建造日期區間

然而，如果這些風格變化無法透過特定變數得到充分捕捉，你將面臨一個重要約束：銷售日期通常用於調整市場狀況，若同時用它來控制建築風格偏好，會使這兩種截然不同的效應相互混淆。在這種情況下，較為可取的做法是二者擇一：

1. 將資料收集範圍限制在較新建築風格出現之後的時期
2. 將可比交易案例的選擇限制在具有相同建築風格的社區之內

這樣既能確保分析在不動產特徵上保持一致性，又仍然允許對市場狀況隨時間的變化進行恰當調整。或者，至少在這種情形下，假設你能夠從資料中提取出建築風格，可以考慮這兩個變數之間的交互作用。然而，這種提取並非總是可行的。

規程 1.3：若處於成交稀少的區域，則盡力而為

在使用 MARS 對銷售資料建模時，進行有意義的分析大約需要 15 筆交易。如果成交案例更少（例如只有 5 處不動產），可以將每條記錄複製兩次，以達到 15 處不動產的門檻。採用這種做法時的重要注意事項：

1. 僅使用一階迴歸，以降低過擬合
2. 由於資料集過於有限，忽略或跳過交叉驗證
3. 在這種情形下，MARS 的表現很可能優於配對比較法或標準線性迴歸方法，但要注意，複製資料會影響不確定性度量與統計顯著性的有效性

最好的長期解決方案是透過補充真實成交案例來擴充資料集。不過，如果必須在資料有限的情況下繼續進行工作，資料複製在承認其統計侷限性的前提下，不失為一種可行的臨時方案。

5.4 專案資料夾結構

有必要討論一下專案資料夾結構。建議為市場分析和單一不動產估價分別設立單獨的資料夾。這兩個資料夾具有相似的子資料夾結構：

```

RCA_Projects/
├── MarketAnalysis/
│   ├── Burlingame_20240501/
│   ├── Pacifica_20240310/
│   ├── RedwoodCity_20240615/
│   └── ...
├── SingleFamily/
│   ├── Pacific_Rosewood_123_20240510/
│   │   ├── Code/
│   │   │   ├── R/
│   │   │   │   └── ...
│   │   │   └── Python/
│   │   │       └── ...
│   │   └── Data/
│   │       ├── MLS_Original.xlsx
│   │       ├── MLS/
│   │       │   ├── VER202402510153248/
│   │       │   │   ├── MLS.xlsx
│   │       │   │   ├── MLS_Stage2.xlsx
│   │       │   │   ├── MLS_Stage3.xlsx
│   │       │   │   ├── MLS_Stage4.xlsx
│   │       │   │   ├── MLS_Stage5.xlsx
│   │       │   │   └── Documents/
│   │       │   │       ├── LinearModels.pdf
│   │       │   │       ├── Cum_Dist.pdf
│   │       │   │       ├── Model.txt
│   │       │   │       ├── PartContrib.pdf
│   │       │   │       ├── Pairs.pdf
│   │       │   │       ├── Residual1.png
│   │       │   │       ├── Residual2.png
│   │       │   │       ├── ResidualSF.png
│   │       │   │       ├── Rpart.pdf
│   │       │   │       ├── VariablesImp.pdf
│   │       │   │       ├── VariableVsSP.pdf
│   │       │   │       └── ...
│   │       └── ...
│   └── ...
└── ...

```

第 1 階段處理將建立版本資料夾及其子資料夾。它會複製 `MLS_Original.xlsx`——儘管該試算表理應永不更改，而是精確反映在某一日期和時間從 `MLS` 下載的原始內容；但在週期較長的專案中，仍有可能需要重新從 `MLS` 下載資料。接著，此階段會將經過擴展的 `MLS.xlsx` 活頁簿連同其設定參數複製到版本資料夾中。版本資料夾可以有很多個，每個都對應一次完整的 `MARS` 執行。

隨後的各個階段將對活頁簿進行欄的新增、排序及其他更改，並在估價完成時將更新後的版本以 `MLS_Stage(N)` 的形式寫入專案的 `Data` 資料夾。再次強調，根目錄下的 `MLS.xlsx` 處於持續變動之中，因此版本副本是對原始 `MLS` 活頁簿的一種持續演化，包含變數的刪除與新增以及其他更改。處理用的 `R` 或 `Python` 程式碼很可能以 `Data` 資料夾中的 `MLS.xlsx` 活頁簿作為

輸入執行。這樣，我們始終保有每一版 RCA 執行背後全部資料的副本。

版本可以根據需要不斷建立，直至無法再做出改進為止，此時選出最佳版本作為最終版本。可以在資料夾名稱末尾加上「_Final」，以便瀏覽目錄時一目瞭然。一些包含有趣模型或競爭性模型的舊版本通常應予保留。每個版本資料夾都包含若干文字、圖示和圖形檔案，可嵌入到報告中。最終的 `MLS_Stage5.xlsx` 活頁簿包含報告所需的全部工作表。特別是，它可能包含一張用於轉入 Fannie Mae 銷售網格的試算表。它還必然包含聚合項背後的計算或分解過程。這可能是 RCA 方法中最耗時的部分——在一個困難的市場區域中苦苦尋找完美模型的過程。

重建銷售網格所需的一切都必須複製到版本資料夾中，包括所使用的 R 或 Python 程式碼——如果程式碼經常變動的話。

5.4.1 規程：多次 MARS (earth) 執行

規程 2.1：利用過擬合執行精細剖析市場區域的定價因素

在最初的 earth 執行中，應當有策略地利用過擬合來發現潛藏的價格因素。例如，一個由 800 筆成交案例構成的市場區域中，可能只有 3 處不動產帶有工作間 (workshop)，而在這些孤立案例中，工作間可能對最終成交價格產生重大影響。僅進行前向傳遞的執行會產生一個過擬合模型，從中可以看出這些工作間的近似價值貢獻。然而，由於 800 筆成交中只有 3 筆這樣的案例，工作間相關項將在後向傳遞中被剔除，在交叉驗證下更是必然如此。可以將僅前向傳遞賦予工作間的價值記錄下來，轉入潛變數分析，供銷售網格中出現的任何帶工作間的不動產使用。此類過擬合模型還能夠為許多其他資料稀薄的特徵給出詳細估計，而這些特徵本會被後向傳遞剪枝或交叉驗證執行所剔除。

將每一次這樣的探索性執行都儲存為獨立的版本資料夾：所記錄的價值貢獻是估價工程師日後分解殘差時會想要引用的證據。當然要明白，估價工程師最終必須依靠剪枝和交叉驗證，才能使最終模型對迴歸從未見過的不動產——例如後來出現的估價對象——保持穩健。過擬合執行是用於研究的工具；它們絕不是最終模型。

規程 2.2：在不同 earth() 參數下進行多次交叉驗證執行

市場區域在結構和規模上各不相同，估價工程師通常需要透過一系列執行來進行試驗：以瞭解哪些變數對價格影響最大；判斷現有的已測變數集合是否足以估計價值，抑或必須補充新資料（如距水域的距離、海拔、距購物中心的距離等）；並發現新型的交互關係，同時將其他交互關係作為低效或具有誤導性的項予以排除。最終，估價工程師希望在訓練資料上獲得良好的 R^2 ，並在測試資料上取得盡可能好的 CVR^2 。要達到這一目標，可能需要收集新資料、提高現有資料的準確性，或根據市場區域的規模與特點（例如針對可用的自由度——參見規程 1.1）調整 `earth()` 參數。

這正是上述專案結構支持多個執行版本資料夾的原因：每個候選模型都連同其參數及其 R^2/CVR^2 一並保留，從而可以比較各次執行之間的演變軌跡。若某一版本的 R^2 上升而其 CVR^2 停滯甚至下降，則說明該版本擬合的是噪聲而非市場信號，而正是版本歷史使這一點得以顯現。

規程 2.3：利用 Prolog 展開備註及描述性特徵欄

儘管這一功能仍處於一定的試驗階段，earthUI 現已內建 Prolog 引擎（vProlog），並使用定子句文法（DCG）來解析 MLS 的自由文字欄——首先是 Public Remarks（公開備註），此外還有經紀人備註以及以逗號分隔的特徵列表，例如房間特徵或既有建築物。這種展開會將「owned solar」「3 car garage」「40x50 workshop」之類的短語轉化為可供迴歸使用的普通特徵欄，而以此方式探勘出的資料稀薄特徵可直接輸入潛變數分析（參見後文關於將狀況與品質評級作為近似迴歸變數的小節；該功能本身在本期的 earthUI 配套文章中有詳細說明）。

文字展開會成倍擴大候選預測變數集合，因而必須進行多次 earth/RCA 執行加以測試：展開出的欄必須在模型中反覆取捨試驗，在存在共線性時合併為派生的計數或布林變數，並對照 CVR2 檢驗其承載的是市場信號而非噪聲。應將每一次此類試驗視為獨立的執行版本資料夾，與規程 2.1 和 2.2 的做法完全一致。此外，由於解析文法本身仍在開發之中，估價工程師在將提取出的欄用於模型之前，應先將其與源文字進行核對。

5.5 核心 Excel 活頁簿

由於大多數 MLS 服務將不動產資料下載為 Excel CVS 工作表，Excel 可能是儲存資料及各類設定參數最便捷的方式。每個專案都有一個名為 MLS.xlsx 的核心 Excel 活頁簿，其中包含一張名為「MLSDData」的工作表，用於儲存從 MLS 下載的已成交不動產銷售掛牌資訊，此外還有若干設定與參數工作表：

```
Workbook: MLS.xlsx/
├─ Sheet: Project Data
├─ Sheet: MLSDData
├─ Sheet: Regression Variables
├─ Sheet: Calculations
├─ Sheet: Allowed Interactions
├─ Sheet: Aggregations
└─ Sheet: (MARS run parameters)
```

原始資料儲存在一個名稱類似 MLS_Original.xlsx 的活頁簿中。應當以不同名稱——比如「MLS.xlsx」——製作一個副本，由 R 或 Python 的 RCA 程式載入。這兩個活頁簿都存放在 Data 資料夾下。此後，Data/MLS.xlsx 活頁簿很可能會經歷多輪迭代執行，嘗試不同的變數組合、MARS 參數以及其他設定的更改。每次迭代都會建立一個以日期和時間命名的新輸入/輸出資料夾，格式為 VER_YYYYMMDDHHMMSS。每個資料夾都會儲存輸入的 MLS.xlsx 活頁簿的一個副本，並包含四個處理階段（第 2–5 階段）各自生成的 Excel 活頁簿，以及輸出的文字文件、圖示和圖形。請注意，最後一個階段即第 5 階段，可能會根據客戶類型和工作範圍（SOW）包含若干供報告使用的其他工作表。

5.6 備份

在將新建或修改後的 Excel 試算表寫入專案版本資料夾時，還可以在專案資料夾中向 SQLite 或 PostgreSQL 資料庫進行備份。資料庫檔案在後續時期的審閱或參考使用過程中，較不容易被意外損壞。

6 活頁簿記號

6.1 描述維度

活頁簿 “M” 大約有六個描述維度：

1. 估價專案 “a”
2. 執行版本 “r”
3. 工作流階段 “w”
4. 工作表 “s”
5. 不動產掛牌資訊 “p”
6. 變數集 “v”

因此，特定活頁簿 M 中的某個儲存格可以描述為：

$$\begin{matrix} r_* \\ w_* \end{matrix} \begin{matrix} a_* \\ W \\ s_* \end{matrix} \begin{matrix} p_* \\ v_* \end{matrix} \quad (1)$$

(注：“*” 表示某個有效索引)

或：

$$\begin{matrix} r_k \\ w_m \end{matrix} \begin{matrix} a_g \\ W \\ s_h \end{matrix} \begin{matrix} p_i \\ v_j \end{matrix} \quad \begin{matrix} i = 1, \dots, n_p \\ j = 1, \dots, n_v \\ k = 1, \dots, n_r \\ m = 1, \dots, n_m \\ g = 1, \dots, n_g \\ h = 1, \dots, n_h \end{matrix} \quad (2)$$

其中：

- n_p = 列數 (取決於工作表)
- n_v = 欄數 (取決於工作表)
- n_r = 執行版本數
- n_m = 工作流階段數
- n_g = 分析專案數
- n_h = 活頁簿工作表數

請理解，“W” 指的是整個 Excel 活頁簿，它包含六個核心資料工作表，每個工作表都有自己的表格；在執行相應的 R 或 Python 程式時，這些表格會被載入到各自獨立的內部資料框中。R 和 Python 都有內部函數，可以根據名稱查找它屬於資料框的哪一行或哪一欄。例如，如果在下標 v_j 中， $v = (\text{“GLA”}, \text{“LotSize”}, \text{“BathRms”}, \text{“BedRms”}, \dots)$ ，且 $j=0$ ，則 $v_j = \text{“GLA”}$ 。R 或 Python 都能夠在內部將 “GLA” 解析為其所儲存的欄，例如，這可能是相應資料框的第 15 欄。因此，在本文中我們對名稱陣列進行索引，把名稱傳遞給執行中的程式，程式再將該名稱重新索引為內部資料框中實際的列或欄索引。這有點複雜。但為了精確起見，這樣做是必要的，也是最方便的。這是分析師角色與開發者角色之間的「職責分離」；儘管在現實中，估價工程師 (VE) 可能同時承擔這兩個角色。請注意，R 中的 “data frame” 在 Python 中稱為 “dataframe”。

另請注意，MARS 執行時參數工作表並不是 W 的一個維度，因為 W 關係到輸入 MARS 的資料版本，而與決定 MARS/earth 如何處理這些資料的參數無關。

為清晰起見，本文給出了一套複雜的多維活頁簿記號，它與資料活頁簿各工作表所載入到的內部 R 或 Python 資料框更直接地對應。這是一套「沉重」的記號。但當我們進入證明等環節

時，透過對所處理對象作出假設，就可以拋掉大部分包袱。儘管如此，這套記號有助於我們從一開始就更好地總覽 workflow 和資料。

我們先從將要處理的活頁簿集合的記號開始。

6.1.1 專案維度 (“a”)

一旦工作範圍 (SOW) 獲得批准，就需要建立一個專案資料夾來儲存輸入和輸出資料，包括設定參數、輸出圖形、圖表、試算表和報告片段。VE 應當用簡單的順序 ID (例如整數) 標示所有專案，這樣一旦某份報告丟失，就會一目瞭然。如果專案被取消，應當有一致的方式在相應專案資料夾內註明該專案已被取消，但絕不應刪除該資料夾。我們假設專案 ID 從 0 開始並逐次加 1，儘管也存在其他可能。我們進一步假設所有有效的專案 ID 都儲存在由處理程式建立的有序集合 “a” 中。

估價專案資料位於活頁簿的專案工作表中，但也可以儲存在某個中心 SQL 資料庫中，

以下是建議的專案欄位：

1. Local ID：為公司順序生成的短整數 ID。它非常適合作為儲存用的主鍵——並且可以由資料庫在每個後續專案中自動生成。
2. Global GUID：如果需要，可以使用以下網址建立一個 GUID (全域唯一 ID)

<https://www.uuidgenerator.net/>

3. 不動產位置 (市場分析) 或地址
4. 估價生效日期
5. 委託日期
6. 查勘日期
7. 原始報告日期
8. 第一次更新報告日期
9. 第二次更新報告日期
10. 第三次更新報告日期
11. 客戶名稱
12. 客戶地址
13. 貸款機構名稱
14. 貸款機構地址
15. 屋主名稱
16. 屋主地址
17.

專案 ID 列表示例：

```
a = ("1",
      "2",
      "...",
      "141",
      "142")
```

6.1.2 執行版本維度 (“r”)

工作流的第二步是對輸入執行 MARS 迴歸。這很可能需要數次乃至多次執行，因為我們會調整各種參數以改進模型。每次執行都會為輸出建立一個新的版本資料夾，其名稱基於執行的日期和時間。例如，

```
r = ("ver20241210_083124",
      "ver20241209_151130",
      "ver20241208_160944")
```

```
latest_version: r1 = "ver20241210_083124"
```

具有競爭力的模型和輸出的有希望的版本應當保留，直到確定最終版本為止；如果它們仍有某些用處，或許還可以保留更久。你可能希望修改版本資料夾名，在名稱末尾加上“Final”，以表明它是最終版本。

6.1.3 workflow階段 (“w”)

RCA workflow通常分為五個獨立的階段，如下所列。每個階段必須成功完成後才能開始下一個階段。VE 應能夠在某個階段結束時停止處理，先審查結果再繼續。這是必要的，因為市場區域相當複雜，而且往往頗為獨特。可能會遇到需要採用新方法的異常問題。VE 必須能夠進入 R 或 Python 程式碼進行必要的修改，甚至嘗試新方法。而且在這種情況下，他可能希望進行試驗並嘗試不同的方法，這就需要對他正在處理的同一階段進行多次執行。當然，VE 也應當可以用一條命令執行所有階段——但有一些前提（例如，三階聚合必須已透過之前的 Stage 2 執行確定）。這意味著每個階段完成時，都應把其全部內部資料存入檔案或資料庫，以便下一個階段可以透過把上一階段的資料重新載入到記憶體中來啟動，就好像上一階段仍駐留在記憶體中一樣。

以下是各個階段：

```
w = ("stage1", -設定
      "stage2", -MARS 處理
      "stage3", -最終銷售網格
      "stage4", -報告片段
      "stage5") -審查/清理
```

```
stage2: w2 = "stage2"
```

6.1.4 Excel 活頁簿工作表 (“s”)

在 RCA 核心 Excel 活頁簿中，我們有以下工作表，每個工作表都映射到一個內部資料框：

```
s = ("MLSDData",
      "Regression Variables",
      "Calculations",
      "Interactions",
      "Aggregations 1st & 3rd Degree",
      "Aggregations 2nd Degree")
```

之所以把二階聚合放在單獨的工作表上，是因為它們最容易透過一個對稱表來定義：該表展示所有可能的交互對，允許為每一對指定一個聚合變數，將其相應的價值貢獻和調整聚合（相加）到該變數上。三階聚合無法這樣處理，因為那需要一個三維對稱表，而這在 Excel 中是不可能的。此外，一個 20x20x20 的表將有 8,000 個儲存格需要處理。更簡單的做法是把任何三階項的名稱直接列在包含一階聚合的表中，例如：

Variable	Aggregate To
AboveGradeFinArea	GLA
BelowGradeFinArea	BGLA
UnfinArea	UBA
LotSize	LotSize
...	...
GLA___LotSize	GLA
GLA___DateOfSale	GLA
BathRms___DateOfSale	GLA
Lat___Long	Location
Lat___Long___GLA	Location
...	...

6.1.5 不動產掛牌資訊 (“p”) ——MLSDData 列

不動產掛牌資訊構成 MLSDData 工作表的列。它們不會出現在其他工作表中，直到 Stage 4——在該階段，將使用最終選定的可比交易案例生成最終的報告片段。以下是不動產 ID 的示例列表：

$$p = (\text{“MLS823211”, “MLS823456”, “MLS823542”, “MLS823721”, “...”})$$

6.1.6 MLS 變數 (“v”) ——MLSDData 欄

關於變數的處理，後文還會詳述。此處只需指出：MLSDData 工作表通常有 30-40 個類型各異的變數，但通常只有 10-20 個會被選作 MARS 迴歸的自變數。這些變數也出現在其他工作表中，不過通常是作為可供提交給 MARS 的所有可能變數的列表。變數列表的一個示例是：

$$v = (\text{“GLA”, “SalePrice”, “BedRms”, “BathRms”, “GarageSF”, “...”})$$

6.1.7 最終記號示例

讓我們把上述記號匯總成一個最終示例。使用上面的列表，令

$$\begin{matrix} r_1 \\ w_1 \end{matrix} \overset{a_{141}}{W}_{s_0} \begin{matrix} p_2 \\ v_0 \end{matrix} \quad (3)$$

請注意，這裡我們使用 0 起始索引，即假定列表的第一個元素的索引為 0。Python 也使用 0 起始索引，而 R 使用 1 起始索引。

因此，上式表示我們所討論的是以下儲存格的值：

- 變數 v_0 ，即欄 “GLA”
- 不動產 p_2 ，即 ID “MLS823542”
- 工作表 s_0 ，即 “MLSDData”
- workflow 階段 w_1 ，即 “stage2”

- 版本 r_1 ，即
“ver20241209_151130”
- 專案 a_{141} ，即 “142”

上述記號也可以寫成：

$$\begin{array}{ccc} \text{“ver20241209_151130”} & \overset{\text{“142”}}{W} & \text{“MLS823542”} \\ \text{“stage2”} & \text{“MLSDData”} & \text{“GLA”} \end{array} \quad (4)$$

6.1.8 理由

「為什麼不在記號中直接使用索引或數字呢？」我們對記號有兩個要求：

1. 子集。例如，分析人員經常選取列表的子集，比如變數的子集。舉例來說，MLSDData 工作表中可能有 35-40 個變數，但某次執行只使用其中的 10-20 個。從一次執行到下一次執行，VE 會頻繁更改提交給 MARS/earth 的變數。
2. 迭代。例如， $i = 1, 2, \dots, n_1$
我們的演算法、規程和證明通常需要能夠從頭到尾遍歷有序列表中的所有項——或挑出某個特定的項。

因此，我們需要一個字母來表示項的子集或列表，並且它必須帶有另一個下標，供我們遍歷列表中的各項，以給出用於索引資料框列或欄的字串。

6.1.9 矩陣？

那麼線性代數中的矩陣呢？矩陣只能處理數字，即整數或實數。R 和 Python 都支持矩陣這種資料結構。然而，我們在 MLS 資料中處理的許多變數是所謂的「字串」或字元資料。即使有些變數只是數字，它們往往也不是實數，而只是名稱。例如，某城市的 MLS 區域程式碼可能是（“660”、“661”、“662”、“663”、...、“672”）。Earth 迴歸允許把變數指定為「因子」變數，此時這些數字僅被當作名稱處理，不含任何順序。在這種情況下，生成的模型只會為每個數字提供一個價值貢獻，而不是一個在序列上取值的函數。其他例子包括表示狀況的 “C1”、...、“C6” 和表示品質的 “Q1”、...、“Q6”。

6.1.10 第一次簡化

上述針對核心 Excel 專案活頁簿的記號很適合把各部分聯繫起來，但用於解釋演算法或數學證明就顯得太沉重了。在做繁瑣的具體工作時，我們可以假設一切都發生在給定的專案、版本、階段和工作表之內。如果所處理的對象尚不明確，我們直接說明即可。一旦指明了所處理的對象，我們真正需要的只是：

$$M_{s_h}^{p_i v_j} \quad \begin{array}{l} i = 1, 2, \dots, n_p \\ j = 1, 2, \dots, n_v \\ h = 1, 2, \dots, n_s \end{array} \quad (5)$$

其中：

n_p	=	不動產數量
n_v	=	輸入變數數量
n_s	=	輸入工作表數量

6.1.11 第二次簡化

更方便的做法是按工作表所承載的資料框的具體類型來重新命名它們，而不是使用索引。對每個工作表而言，列和欄具有不同的功能。因此，W 這一資料框集合被拆分為 M、V、A、I 和 C 資料框，如下所示：

◇ **MLS 資料**

$$M_{v_j}^{p_i} = W_0^{p_i} \quad \begin{matrix} i = 0, 1, \dots, n_p \\ j = 0, 1, \dots, n_v \end{matrix} \quad (6)$$

其中：
 n_p = 不動產數量
 n_v = 輸入變數數量

注意：估價對象預設始終位於不動產列表首位

在“MLSDData” Excel 試算表及相應的資料框中，第一列始終保留給估價對象。它絕不會與其下方的其他 MLS 不動產一起參與排序。它也從不作為自變數資料輸入 MARS 迴歸，而是作為目標資料，即依變數輸入。不動產列表同樣如此。在所有不動產列表中，除非另有說明，索引為 0 的第一個元素始終被假定為估價對象的 ID。

即使任務是為某個沒有估價對象的市場區域建立模型，第一列也仍會載入一些虛擬的不動產資料。這使得撰寫程式、給出演算法或進行證明都方便得多。因此，如果我們用 c 表示不動產列表，則 c_0 是估價對象，而 c_i ($i = 1, \dots, n_p$) 是將輸入 MARS/earth 迴歸的可比掛牌資訊。

◇ **迴歸變數規格說明**

$$V_{s_j}^{v_i} = W_1^{v_i} \quad \begin{matrix} i = 1, 2, \dots, n_v \\ j = 1, 2, \dots, n_s \end{matrix} \quad (7)$$

其中：
 n_v = 可用變數數量
 n_s = 規格說明數量

注意， $n_s \leq n_v$ ，因為我們通常從可用變數中選取一個子集作為迴歸的輸入。

◇ **計算**

$$C_{c_j}^{v_i} = W_2^{v_i} \quad \begin{matrix} i = 1, 2, \dots, n_v \\ j = 1, 2, \dots, n_c \end{matrix} \quad (8)$$

其中：
 n_v = 變數數量
 n_c = 計算規格數量

◇ **交互**

$$I_{t_j}^{f_i} = W_3^{f_i} \quad \begin{matrix} i = 1, 2, \dots, n_f \\ j = 1, 2, \dots, n_t \end{matrix} \quad (9)$$

其中：
 n_f = “from” 變數數量
 n_t = “to” 變數數量

請注意，資料框 I 是一個對稱資料框，變數按字母順序排列於“from”列和“to”欄。儲存格標記為“1”表示允許相應變數對之間的交互；否則，“0”表示不允許交互。對於二階交互，這相對簡單，只可能存在一種交互。對於三階迴歸，三個變數之間共有三個變數對交互，必須允許其中每一對交互，才能生成三變數交互項（或變數）。

◇ **聚合**

$$A_{v_j}^{v_i} = W_4^{v_i} \quad \begin{matrix} i = 1, 2, \dots, n_v \\ j = 1, 2, \dots, n_v \end{matrix} \quad (10)$$

其中：
 n_v = 變數數量

7 RCA 銷售網格

請記住，RCA 規程需要一個能夠呼叫 R/earth 並執行所有細節步驟的 R 或 Python 程式。這項工作資料密集，絕不可能以手工方式完成。同時，假設程式沒有缺陷，您也需要一個軟件程式來確保所需工作精確無誤地完成，避免人為差錯。

對於從事這項工作的估價工程師來說，能夠根據需要修改此類程式也是一種必要能力，尤其是在面對新的、未曾預見的市場區域、社區、不動產或其他新需求、新問題時。

在 RCA 處理過程中，我們有三種類型的銷售網格：

1. RCA 處理銷售網格，在本文中標記為「MLSDData」，它是一個非常龐大的資料框及其關聯的試算表，可能包含許多中間細節，這些細節最終經過聚合處理，得到下文提到的 RCA 銷售網格。示例太大，無法在此展示。估價工程師很可能會按照各自的偏好來客製化這一試算表。我打算在將來另撰一篇論文，專門討論此類網格的開發。
2. RCA 最終銷售網格，用於非 GSE 報告，其形式類似於 [表 2](#)。它確實在一定程度上模仿了例如 Fannie Mae 的表格，足以讓讀者有一定的熟悉感。不過請注意，它為每個可比交易案例提供的欄數多於 Fannie Mae 網格：每個可比交易案例除「測量值」和「調整」欄之外，還有一個「價值貢獻」欄，估價對象也同樣有一個——這些欄是 Fannie Mae 表格所沒有的。一個更簡單的形式見 [表 1](#)。
3. GSE 上傳銷售網格，用於將銷售網格上傳到諸如 Alamode 之類的軟件中。但請注意，並非所有估價表格軟件包都提供從試算表上傳銷售網格資料的功能。出於必要，此類網格不能包含單獨的價值貢獻欄，而 Fannie Mae 等 GSE 對價值貢獻毫無概念。我們的策略是：向它們提供其所要求的表格，但以 RCA 銷售網格作為支撐，並輔以其他支持性文件，例如各變數聚合的詳細資訊。

RCA 處理銷售網格看起來不像 Fannie Mae 銷售網格，而大致相當於 Fannie Mae 銷售網格的轉置，列與欄互換：每一列包含某一不動產的資料，每一欄包含某一不動產變數的資料。不動產列可以輕易達到數百或數千列，欄數可達 200 欄或更多。第一列保留給變數名，第二列保留給估價對象，即使我們只是在做市場分析也是如此。當試算表被讀入資料框後，工作表的第一列成為 names 屬性，而估價對象所在的第二列則成為資料框的第一列。

RCA 銷售網格中的欄包括識別欄，然後是主要變數、外部變數和合成變數，它們合併後作為自變數輸入 MARS。MARS 從這些變數中輸出它認為對成交價格（也稱依變數或目標變數）有顯著影響的變數。在二階迴歸中，我們可能得到成對的變數，它們作為新的變數發揮作用。在三階迴歸中，我們還可能得到變數三元組，它們作為所謂的自變數發揮作用，儘管它們當然與底層變數高度相關。

表 1: RCA 試算表示例：縱向布局

估價對象				可比交易案例 1			可比交易案例 2		
	測量值	價值貢獻		測量值	價值貢獻	調整	測量值	價值貢獻	調整
成交價格				\$1,150,000			\$1,500,000		
基礎價值		\$500,000			\$500,000	\$0.00		\$500,000	\$0
		已測量特徵			已測量特徵			已測量特徵	
居住面積	1,530	\$463,500		1,350	\$382,500	\$81,000	1,700	\$540,000	-\$76,500
土地面積	6,000	\$200,000		6,500	\$220,000	-\$20,000	7,000	\$240,000	-\$40,000
房齡	53	\$63,600		57	\$68,400	-\$4,800	51	\$61,200	\$2,400
浴室數	2	\$15,000		3	\$30,000	-\$15,000	3	\$30,000	-\$15,000
臥室數	3	\$6,000		4	\$9,000	-\$3,000	4	\$9,000	-\$3,000
測量合計		\$1,248,100.00			\$1,209,900.00	\$38,200		\$1,380,200.00	-\$132,100
		殘差特徵			殘差特徵			殘差特徵	
殘差	CQA 5.8	\$30,000		CQA 2.5	-\$59,900	\$89,900	CQA 8.2	\$119,800	-\$89,800
設計	殘差分解				殘差分解			殘差分解	
狀況		7,000			-\$15,000	\$22,000		\$35,000	-\$28,000
品質		5,000			-\$8,000	\$13,000		\$20,000	-\$15,000
功能效用		8,000			-\$10,000	\$18,000		\$30,000	-\$22,000
配套設施		5,000			-\$12,000	\$17,000		\$15,000	-\$10,000
小計		5,000			-\$14,900	\$19,900		\$19,800	-\$14,800
		30,000			-\$9,900	\$89,900		119,800	-\$89,800
合計				合計			合計		
價值貢獻總計		\$1,278,100.00			\$1,150,000.00			\$1,500,000.00	
調整後成交價格						\$1,278,100.00			\$1,278,100.00

表 2: 死亡日期估值實際使用的 RCA 銷售網格副本 (已刪除不動產識別資訊)

[illegible]

8 變數

在執行 MARS 的輸入端，我們只有簡單變數，它們是：

1. 從 MLS 試算表載入的不動產特徵。
2. 由 VE 建立的派生變數，用於細化 MLS 變數或新增現有變數的變換。例如，VE 可能傾向於將銷售日期變換為「DaysOffMarket」，其值等於估價生效日期減去銷售日期。
3. VE 可以從第三方來源匯入資料，例如房貸利率。或者，如果 MLS 資料中缺少緯度、經度或海拔資料，他可以從其他來源匯入。這些變數可稱為「外部變數」。

在 MARS 的輸出端，我們處理的價格模型是若干項的組合，這些項：

1. 僅包含一個輸入變數，並給出該變數價值貢獻的方程。這些稱為一階項或（輸出）變數。該項本身被視為一個價值貢獻值並被賦予名稱。
2. 包含兩個輸入變數，是給定兩個變數的交互作用之價值貢獻的方程。這些項可稱為二階項或（輸出）變數。
3. 包含三個輸入變數，是三個變數之間交互作用之價值貢獻的方程。在本文中，這些項可稱為三階項或（輸出）變數。

於是，MARS 的輸出變數即為價值貢獻，包括殘差價值貢獻。它們又在銷售網格計算中被作為變數使用，例如計算調整或繪製圖形。

我們可以有落入兩種基本本體的不同類型變數：（1）變數來源；（2）變數應用，即非殘差與殘差

8.1 變數來源本體

1. 一階變數
 - 1.1 MLS 迴歸變數
 - 1.2 外部迴歸變數
 - 1.3 派生迴歸變數
2. 因子變數：

為了處理因子變數，需要一個能夠識別它們的函數。由於它們是在 Excel 專案設定活頁簿中指定的，因此建立了一個函數：當傳入的變數已被歸類為因子類型時，該函數返回 true。
3. 交互變數：如果階數設定為 2 或更高，這些變數由 MARS 在生成模型時建立。然而，由於解釋上的困難、過擬合的可能性、對自由度的影響以及為確保模型穩健而隨之增加的不動產記錄數量，最多只建議 3 個變數交互。
 - 3.1 二階變數：這些很常見，好的例子有 GLA:BathRms、GLA:LotSize、DateOfSale:BathRms、Latitude _Longitude。
 - 3.2 三階變數：較不常見的交互，提示需要謹慎並可能存在過擬合。
4. 殘差分解變數

8.2 變數應用本體

1. MARS 生成的價值貢獻

1.1 一階變數

1.1.1. MLS 迴歸變數

1.1.2. 外部迴歸變數

1.1.3. 派生迴歸變數

1.2 交互變數

1.2.1. 二階變數

1.2.2. 三階變數

1.3 殘差分解變數

1.4 匯總變數

2. 工程師生成的變數 & 數值

2.1 殘差分解變數

2.1.1. 設計/美學

2.1.2. 景觀

2.1.3. 功能效用

2.1.4. 視野

2.1.5. 狀況

2.1.6. 品質

2.1.7. ...

這些變數組將在下一節中給出其記號並作更詳細的描述

規程 3.1：因子變數

因子變數，或簡稱因子，可出現在所有項中，包括交互項。它們之所以重要，是因為在 MARS 迴歸和繪圖中必須對其進行特殊處理。

雖然取字元值的變數必然是因子，但數值變數必須被標記為因子變數，MARS 才能將其識別為因子。例如，MLS 區域常以數字標示。特別是，舊金山灣區的鄰里區域常以唯一的整數標示。如果這些值作為因子傳給 MARS，那麼 MARS 將嘗試發現某些區域對其邊界內的不動產交易是否具有平均貢獻價值，而不考慮其與其他區域的任何關係。相反，對於普通變數，它會假設隨著變數值的變化，價值貢獻存在某種連續性。這是一個重要的區別。此外，這些因子變數可能與非因子變數一起出現在模型項中，這使繪圖變得困難。具體而言，在繪製含因子的單變數項時，我們將所有此類因子歸並在一起，簡單地繪製一張顯示其正負貢獻的條形圖。

如果因子與其他變數一起出現在某個項中，它們總是以一個可能的取值出現，因為因子變數對給定不動產只能有一個值：如果某區域的值為 662，根據定義，該區域不可能有任何其他值。如果你覺得這令人困惑，那麼更糟的是，在 MARS 生成的模型中，因子並沒有單一的變數名；MARS 會取輸入時給它的因子變數的詞根名，然後透過附加各可能取值來構造新的變數名並建立新欄。於是，Excel 試算表中的單個欄（例如 MlsArea）會為每個可能的取值建立多個資料框欄，例如 MlsArea660、MlsArea661 等。諸如 MlsArea661 這樣的變數，對位於 661 區域的不動產取值為 1，否則為 0。然後，MARS 將把這些欄當作布林變數進行迴歸。MARS 提供的模型中將使用這些修改後的名稱。

你很可能希望將這些模型名稱轉換回其原始名稱，使圖形對喜歡簡單明瞭（至少盡可能簡單）的客戶更易理解。我們看到的將不是 MlsArea661=1，而是 MlsArea=661。然後，我們只需在圖形標題中註明諸如「對於 MLS 區域 = 662」之類的文字，即可繪製各項。這樣，含 M 個因子變數的 N 階項將作為 (N-M) 階項繪製，因子維度則消失於標題之中。

注意，單個項中可能存在兩個或更多因子變數，因此你很可能需要為每一對可能的取值組合繪製一張圖。如果具有三個不同取值的變數 x 與具有兩個不同取值的變數 y 同非因子變數 z 一起出現在同一項中，那麼你將需要 $2 \cdot 3 = 6$ 張圖。一個例子是「MlsArea」+「Architectural Style」，例如舊金山的維多利亞式住宅，其價值可能因其所處的舊金山區域不同而或高或低。幸運的是，在大多數區域，通常只有 1-3 種建築風格作為價值貢獻者重要到足以用於模型（儘管可能存在 6 種以上不同的建築風格）。

8.3 二階與三階項

在二階或三階迴歸中，輸出模型中的某些項可能分別包含兩個或三個變數。例如：

$$\text{BathRms_GLA} = -52 * \max(0, 1200 - \text{GLA}) * \max(0, \text{BathRms} - 1)$$

注意，我們透過按字母順序對變數名排序並將其連接（或許以下劃線相連）來命名這些項。對於模型中產生的變數名三元組，我們對三階項也如此處理。例如「BathRms_GLA_LotSz」。

在第 3 階段，當 RCA 程式為每個不動產計算所有變數（包括交互變數）的貢獻時，這些變數會被加入到主要輸入變數之中。

8.3.1 調整變數

RCA 程式還將在第 3 階段，即價值貢獻計算完成之後，透過用估價對象某一特徵的貢獻減去相應可比不動產該特徵的價值貢獻，來計算所有變數和所有不動產的調整。

8.3.2 匯總變數

匯總變數被定義用來取代變數的某些子集，將它們的所有價值貢獻和調整加總到一個公共變數中，以便在報告中使用。例如，我們可能已將已完工和未完工居住面積都拆分為更細的變數：

1. 地上合法已完工面積
2. 地下合法已完工面積
3. 地上非法已完工面積
4. 地下非法已完工面積
5. 地上未完工面積
6. 地下未完工面積

是的，確實存在這樣做有意義的地區。

MARS 迴歸將對所有這些變數進行迴歸，並生成為它們提供貢獻和調整的模型。但對於表格式報告而言，這些不同的貢獻可能必須合併或匯總為更少的變數。匯總的細節應在附錄中提供。一個更常見的例子是將交互調整匯總到某個主要變數的調整中。例如，我們可以將 GLA_Lotsize 的調整匯總到 GLA 或 LotSize，甚至按 50:50 在兩者之間拆分，具體由匯總工作表決定。

8.3.3 特殊變數 & 記號

π_i	不動產 $i = 1, 2, \dots, n_p$ 的實際淨售價；對於估價對象， π_0 表示價值結論（見證明 I）
α_i	不動產 $i = 1, 2, \dots, n_p$ 的調整後淨售價
ρ_i	不動產 $i = 0, 1, \dots, n_p$ 的 MARS 估計淨售價
β	模型的基準值
$\varphi_{i,j}$	不動產 $i = 0, 1, \dots, n_p$ 的迴歸變數 $j = 1, 2, \dots, n_r$ 的價值貢獻
$\delta_{i,j}$	不動產 $i = 1, 2, \dots, n_p$ 的迴歸變數 $j = 1, 2, \dots, n_r$ 的調整
ϵ_i	不動產 $i = 0, 1, \dots, n_p$ 的總殘差
$\epsilon_{i,c}$	不動產 $i = 0, 1, \dots, n_p$ 的殘差分量價值貢獻 c ， $c = 1, 2, \dots, n_c$
$\xi_{i,c}$	不動產 $i = 0, 1, \dots, n_p$ 的殘差分量 c 的調整， $c = 1, 2, \dots, n_c$

其中

n_p = 可比不動產的數量

n_r = 迴歸變數的數量

n_c = 殘差分解變數的數量

8.3.4 分解殘差

一旦 MARS 迴歸建立了模型，它便會根據 MARS 選定的輸入變數生成估計售價。它用相應的淨售價減去該值，得到每個不動產的殘差值。此時，RCA 規程規定：一旦 VE 確定了最終的可比不動產——通常為 6-12 條不動產掛牌資訊——他需要逐一查看每條不動產掛牌資訊，並在忽略隨機資料誤差可能性的前提下，將計算出的殘差分解為他認為最可能影響價值的特徵（潛變數）。例如，對於某一不動產，他可能有以下分解變數：

1. 設計
2. 功能效用
3. 高於/低於市場的成交
4. 狀況
5. 品質

不同不動產很可能會有一些不同的殘差分解變數，需要將它們收集到一個有序集合中。

估計稀有特徵的貢獻。有些承載價值的特徵對迴歸通道而言過於稀有：在 780 筆交易中僅出現 3 次的工作間無法獲得站得住腳的系數，前向過程通常會完全跳過這樣的變數。這些就是殘差特徵，其貢獻可以在殘差空間中估計：先擬合不含該特徵的模型，然後用普通最小二乘法將模型殘差對被排除的欄進行迴歸。對於二元標誌，系數即為一次性總額貢獻（等價地，即被標記交易的平均殘差偏移）；對於數值欄，則是單位貢獻。當若干相關設施被聯合估計時（例如附屬建築面積與工作間標誌一起估計），迴歸會在它們之間分配貢獻，而不是在兩列分解中重複計算同一筆金額。由不足約十個觀測支持的估計僅具指示性，應透過折舊成本或擴大後的樣本（例如從公開備註中提取的標誌）予以佐證；殘差約束本身會對最終賦予的價值設定上限。earthUI (v0.11+) 以 *Residual Contribution* 索引標籤的形式直接實現了這一方法，包括聯合估計、逐筆交易的殘差證據以及用於工作檔案的記錄說明。

記號：我們使用上表中的記號，得到：

$$\epsilon_i = \epsilon_{i,1} + \epsilon_{i,2} + \dots + \epsilon_{i,n_c} \quad (11)$$

其中 n_c 是殘差分解分量的數量。

VE 必須運用其判斷將殘差分解為給定的分量。有人可能認為這會讓偏見進入最終的價值結論。然而事實並非如此，因為我們有數學證明：只要各分解調整的總和等於殘差，它們就不會影響價值結論。分解的目的不是確立價值，而是解釋殘差相對於其他不動產交易的殘差為何是這個數值。工程師的偏見唯一可能影響最終價值結論的地方，是對估價對象殘差的估計，因為估價對象當然沒有實際售價可用來為其計算殘差。

每個不動產都有其殘差價值貢獻的集合，但這些集合需要合併為覆蓋所有不動產的一個集合 C：

$$\begin{aligned} \text{設：} A_i &= \{\{\epsilon_{i,c}\}_{c=1}^{n_c}\} \\ C &= \{x \mid x \in \bigcup_{i=0}^{n_p} A_i\} \end{aligned}$$

其中 $[\epsilon_{i,c}]$ 是值 $\epsilon_{i,c}$ 的變數名， A_i 是此類變數的集合， n_c 是每個 ϵ_i 中值的數量。

因此，當估價對象與可比不動產的資料分列於不同欄中時，在每個不動產的所有迴歸模型變數價值貢獻之下，我們應看到由 n_c 個相應殘差價值貢獻構成的集合 C 。

9 RCA 核心證明

設：

$$\begin{aligned} n_p &= \# \text{ of properties} \\ n_r &= \# \text{ of regression variables} \\ n_c &= \# \text{ of residual component variables} \end{aligned}$$

證明 I：每一個可比交易案例的調整後售價均等於估價對象的估計售價。

對於任意可比交易案例 i ，調整後售價 α_i 等於淨售價 π_i 加上各項調整：即估價對象與可比交易案例在基礎價值、迴歸變數 $j = 1, 2, \dots, n_r$ 以及殘差上的價值貢獻之差。對於沒有實際成交的估價對象，其淨售價 π_0 定義為價值結論 $\beta + \varphi_{0,1} + \varphi_{0,2} + \dots + \varphi_{0,n_r} + \epsilon_0$ 。於是：

$$\begin{aligned} \alpha_i &= \pi_i + (\beta - \beta) + (\varphi_{0,1} - \varphi_{i,1}) \\ &\quad + (\varphi_{0,2} - \varphi_{i,2}) + \dots + \\ &\quad (\varphi_{0,n_r} - \varphi_{i,n_r}) \\ &\quad + (\epsilon_0 - \epsilon_i) \\ &= \pi_i + (\beta + \varphi_{0,1} + \varphi_{0,2} + \dots \\ &\quad + \varphi_{0,n_r} + \epsilon_0) \\ &\quad - (\beta + \varphi_{i,1} + \varphi_{i,2} + \dots + \\ &\quad \varphi_{i,n_r} + \epsilon_i) \\ &= \pi_i + \pi_0 - \pi_i \\ &= \pi_0 \end{aligned} \tag{12}$$

證明 II：在所有殘差分量價值貢獻之和等於可比交易案例殘差這一約束下，改變殘差的分解方式對 RCA 規程的最終價值結論沒有任何影響。

這幾乎是顯而易見的。然而若不認真思考其中的數學，就很容易忽視這一點，因為傳統估價師關注的是調整而非價值貢獻。在這裡相互抵消的正是價值貢獻——這是一個持續了數十年的疏漏。對於某個可比交易案例 k ($k > 0$)，總殘差調整等於 n_c 個分解殘差分量之和，而後者又等於各價值貢獻之差的和，即等於估價對象總殘差減去可比交易案例總殘差。這與所建立的殘差分量的數量或其所代表的內容無關。只要殘差分量的價值之和對估價對象和所選可比交易案例都等於總殘差， ξ_k 就不會改變。

$$\begin{aligned} \xi_k &= \xi_{k,1} + \xi_{k,2} + \dots + \xi_{k,n_c} \\ &= (\epsilon_{0,1} - \epsilon_{k,1}) + (\epsilon_{0,2} - \epsilon_{k,2}) + \dots + \\ &\quad (\epsilon_{0,n_c} - \epsilon_{k,n_c}) \\ &= (\epsilon_{0,1} + \epsilon_{0,2} + \dots + \epsilon_{0,n_c}) - \\ &\quad (\epsilon_{k,1} + \epsilon_{k,2} + \dots + \epsilon_{k,n_c}) \\ &= \epsilon_0 - \epsilon_k \end{aligned} \tag{13}$$

10 MARS 模型

10.1 模型變數與交互作用的「 g 」函數

RCA 方法的一項核心原則是「解釋性推理」至關重要。遺憾的是，為各個價值貢獻方程提供有意義的圖形——尤其是在使用交互作用和因子變數時——可能頗具挑戰。因此，為繪製這些圖形制定一套清晰而嚴格的規程被視為勢在必行。本文在此給出這一規程，但請理解，該規程面向的是編寫 R 或 Python 程式碼以生成圖形的開發者，對於不參與編碼的讀者而言，可能僅有粗淺的參考意義。

MARS 生成的價格模型是一個基礎常數加上若干附加項之和，每一項涉及 1 到 3 個變數。為了對其進行分析，我們首先將模型拆分為單個的項。然後，將共享同一變數集合、代表單一交互作用的多個項合併為單個交互作用表達式。假設迴歸的最大階數為 3。考慮一個三階迴歸模型，它由一個基礎常數、 n_1 個一階表達式、 n_2 個二階交互作用表達式和 n_3 個三階交互作用表達式組成。這樣我們便得到四組不同的表達式，它們或為單變數表達式，或為多變數交互作用，其繪圖方式取決於兩個因素：（1）它們是否包含因子變數（即分類變數），以及（2）它們所含唯一變數的數量。具體而言：

- 一階表達式（1 個變數）以二維圖形繪製。
- 二階表達式（2 個變數）以三維圖形繪製。
- 三階表達式（3 個變數）以一組三維圖形繪製。
- 若表達式包含因子變數，則每個唯一因子會使圖形的維度降低一維（例如，若其中一個變數是因子，則三維圖形變為二維圖形）。

每個函數 g 的索引提供了確定其繪圖方式所需的資訊，反映了唯一變數的數量以及是否存在因子變數。

10.2 g 函數的索引

每個函數 g 的索引形式為 $f_{j,k}g_k^j$ ，其中：

- $f_{j,k}$ 是第一個索引（置於 g 之前的上標）：
 - j 的取值範圍為 0 到 3，用於標示組別：
 - * $j = 0$ ：基礎常數（是通常索引規則的一個例外）。
 - * $j = 1$ ：一階表達式。
 - * $j = 2$ ：二階表達式。
 - * $j = 3$ ：三階表達式。
 - k 是某一具體函數在其所屬組內的索引（例如， $k = 1$ 表示組 j 中的第一個函數）。
 - $f_{j,k}$ 的值表示該函數中唯一因子變數的數量：
 - * $f_{j,k} = 0$ ：不含因子變數。
 - * $f_{j,k} > 0$ ：因子變數的數量（例如 1、2 或 3）。
- g 的後置索引：
 - g 之後的上標 j （例如 g^j ）重複標註組號，以求清晰。
 - g 之後的下標 k （例如 g_k ）與 $f_{j,k}$ 中的 k 一致，標示該函數在其組內的位置。

雖然 f 與 g 的索引在數值上一致，但它們的作用不同： $f_{j,k}$ 計數因子變數，這對繪圖決策至關重要；而 g 上的 j 和 k 則定義其組別和位置。

10.3 繪圖維度

函數 $f_{j,k} g_k^j$ 的圖形維度 d 按下式計算：

$$d = j - f_{j,k} \quad (14)$$

其中：

- j 是唯一變數的數量（即組號，不考慮常數的情形）。
- $f_{j,k}$ 是因子變數的數量。
- d 是需要繪圖的連續（非因子）變數的數量，最大為 3（因為最大階數為 3）。含有 d 個連續變數的函數需在 $d + 1$ 維中繪製： $d = 1$ 對應二維圖形， $d = 2$ 對應三維圖形（或二維熱力圖）， $d = 3$ 則對應一組三維圖形。

例如：

- 若 $j = 3$ （3 個變數）且 $f_{j,k} = 0$ （無因子變數），則 $d = 3 - 0 = 3$ ，需要一組三維圖形，每張圖固定其中一個變數。
- 若 $j = 3$ 且 $f_{j,k} = 1$ （一個因子變數），則 $d = 3 - 1 = 2$ ，需要針對模型中出現的每個因子變數取值繪製一張三維圖形（或二維熱力圖）。
- 若 $j = 0$ （常數），通常無需繪圖，因為它只是一個單一數值。

當 $d = 3$ 時（例如不含因子變數的三階表達式），要將完整函數可視化，可能需要多張三維圖形，每張圖將某一變數固定在不同取值上，以展示函數行為的一個子集。

10.4 最終模型方程

MARS 模型被拆分為四組表達式（常數、一階、二階和三階）。索引 $f_{j,k} g_k^j$ 告訴我們：

- j ：組別及變數數量。
- $f_{j,k}$ ：因子變數的數量。
- $d = j - f_{j,k}$ ：圖形維度。

這一結構指導每個 g 函數的可視化方式，確保繪圖方法與表達式的複雜度和變數類型相匹配。

MARS 模型給出的售價估計值 $\hat{P}$ 可以表示為：

$$\begin{aligned} \hat{P} = & f_{0,1} g_1^0 + \sum_{q=1}^{n_1} f_{1,q} g_q^1(x_*) \\ & + \sum_{r=1}^{n_2} f_{2,r} g_r^2(x_*, y_*) \\ & + \sum_{s=1}^{n_3} f_{3,s} g_s^3(x_*, y_*, z_*) \end{aligned} \quad (15)$$

$n_1 = \#$ of first degree terms

$n_2 = \#$ of second degree terms

$n_3 = \#$ of third degree terms

10.5 繪製一個模型所需的圖形數量

要將模型中的所有函數全部可視化，需要多少張圖？答案取決於變數本身、它們之間的交互作用，以及它們是因子變數還是非因子變數。

估價工程師可以在供 R/earth 使用的 Excel 設定檔案中限制變數和交互作用，從而影響哪些交互作用被允許。一種務實的做法是讓 R/earth 評估所有可能的交互作用，並選出對售價估計有顯著貢獻的那些，同時檢查過擬合或共線性等問題。某些交互作用可能被禁用，這會影響更高階的交互作用（例如，若三階交互作用中的某一變數對被排除，則整個組合都被排除）。

對於因子變數（例如具有 12 個取值的 MLS Area 與 GLA 交互），繪圖會變得更為複雜。這可能需要 12 張圖——每個區域一張。若另一個因子（如具有 6 個取值的 Architectural Style）再與 MLS Area 和 GLA 交互，則可能需要多達 $12 \cdot 6 = 60$ 張圖。不過，R/earth 很少會認定所有組合都顯著；通常只有少數關鍵交互作用（例如特定的區域和風格）值得繪圖，而模型會明確指出這些組合。

以下是所需圖形數量的簡明指南：

1. 單變數函數（非因子）：1 張圖。
2. 單變數函數（因子）：1 張將所有因子取值合併展示的條形圖。
3. 基礎函數：無需繪圖。
4. 二階交互作用（無因子）：1 張圖（例如以顏色表示售價的二維熱力圖）。
5. 二階交互作用（1 個因子）：模型中每個因子取值 1 張圖（例如 2 個取值 = 2 張圖）。
6. 二階交互作用（2 個因子）：1 張以因子組合構成矩陣的圖（例如 3 個區域 $\times$ 2 種風格 = 6 個儲存格）。
7. 三階交互作用（無因子）：多張圖（例如按 Bath 數量 = 1、2、3、4 繪製 4 張圖）。
8. 三階交互作用（1 個因子）：模型中每個因子取值 1 張圖。
9. 三階交互作用（2 個因子）：模型中每種因子取值組合 1 張圖。
10. 三階交互作用（3 個因子）：以不同取值最少的那個因子的每個取值各繪 1 張圖，其餘兩個因子用顏色矩陣表示。

更複雜的情形可能需要更高級的繪圖技術。

此外還存在其他可能性，通常需要更為精細的圖形。

由 MARS 生成的完整模型示例見 [圖 1](#)。

11 資料特徵

以下一節討論 MARS。MARS 完全依賴於它所接收的資料，而這些資料大多來自某個 MLS（多重掛牌服務）或稅務評估機構。不過，資料也可能經由其他資料提供商中轉，這些提供商維護並改進資料，然後以一定利潤出售。在某些地區，資料相當可靠；在另一些地區則不那麼可靠。在關鍵情形下，不動產查勘人員必須親自進行觀察和測量，而其準確性也可能受到質疑。

估價工程師需要理解資料代表什麼，以及資料在多大程度上如實地代表了它本應代表的內容。這引出了一系列問題：

- 如何將一個變數歸類為測量值？
- 如果一個變數不是測量值，它還能是什麼？
- 如果迴歸所接收的資料不準確，迴歸又如何能有用？

我們從 MLS 掛牌服務和稅務評估機構獲得的用於迴歸的資料，大多是隱含測量值或計數的數值型資料。其中一部分是邏輯型資料，即真或假。

11.1 殘差的用途

殘差是對未納入迴歸模型的變數所增添價值的一種間接量度。用特徵價格文獻的語言來說，這些未測量的特徵就是潛變數：它們影響成交價格但未被直接測量，多數情況下是因為沒有切實可行的方法對其進行客觀測量。它們的取值只能透過推斷得到，而在實務中，潛變數的取值往往透過主觀判斷來估計——在 RCA 中，這種判斷以殘差排序為錨。透過按殘差或每平方英尺殘差對不動產進行排序，我們得到了一個從吸引力最低到吸引力最高的客觀排名。只要由一位對當地市場有深入理解的熟練分析師構建多元自適應迴歸樣條（MARS）模型，這種排序方法就是有效的。以下是一些附加要求：

- 資料與模型的品質：構建良好的迴歸模型和高品質的資料是獲得可靠殘差的前提。在舊金山灣區，我的目標是建立一個 R^2 約為 75-80%、交叉驗證 R^2 (CV R^2) 為 55-70% 的模型。
- 避免過擬合、限制 R^2 ：在像舊金山灣區這樣房價較高地區的多數成熟市場中，估價工程師應以 R^2 最高約 80% 為目標，因為住宅不動產競爭性價值的很大一部分在於其主觀吸引力，這種吸引力無法量化，因而不能直接納入迴歸模型。 R^2 顯著高於 80% 可能意味著模型過擬合，需要進一步審查。但需要提醒的是：有些市場區域的 R^2 值高於 90% 而並未過擬合；也有一些難以估價的地區，能達到的最好水準可能只有 50-60% 甚至更低。
- 特定地區的高 R^2 ：不過，在某些區域，例如分塊開發的社區或其他同質化的住宅區，由於不動產的同質性，較高的 R^2 值出人意料地常見。

11.2 作為近似迴歸變數的狀況與品質評級

房利美的狀況與品質評級量表（C1-C6 和 Q1-Q6）值得特別說明。這些量表過於粗糙，不能被當作真正的測量特徵；而且由於它們由估價師給出，實務中屬於主觀評級——本身就是潛變數。明確區分兩個層次是有益的：估價師用作迴歸變數的粗糙評級，即粗粒度狀況（condition-1）和粗粒度品質（quality-1）；相對地，從殘差中恢復的細粒度潛變數，即細粒度狀況（condition-2）和細粒度品質（quality-2）。VE 可以將估價師的粗粒度評級作為近似值接受並對其進行迴歸，從而得到近似的價值貢獻，這些價值貢獻可作為細粒度潛變數的初始賦值。在採用這種做法時，規程是從模型估計值中減去這兩個粗粒度變數經迴歸估計的價值貢獻——把它們從銷售網絡迴歸部分下的已測量屬性中移出——並將其加回到殘差之上。此後，再從殘差中移除這部分並將其分配給相應的細粒度潛變數 `res_condition1` 和 `res_quality1`。隨後利用

從 MLS 公開備註 (public_remarks) 及相關字串列表中提取的附加資訊，對這些潛變數的取值進行微調。最終結果是，細粒度價值貢獻取代粗粒度價值貢獻：粗糙評級只是近似模型的腳手架，最終報告的狀況與品質取值是從殘差推導出的細粒度取值。

11.3 資料錯誤

根據社交媒體上的評論，加利福尼亞州的多重掛牌服務 (MLS) 資料總體上比美國許多其他地區品質更高。通常，在大多數成熟的大都市地區，MLS 資料的品質應當是可以預期的良好，而在農村地區則較差。

儘管資料中因各種原因偶有錯誤，但只要資料量足夠，這些錯誤一般應相互抵消，對價格模型所用平均值的影響很小。

然而，特定地區可能出現系統性偏誤。例如，考慮這樣一個社區：許多住宅最初建有完整的二層，但部分買方可以選擇拆除二樓房間，為一層的一個或多個房間打造挑高拱頂天花板，從而顯著減少總居住面積 (GLA)。由於種種原因，這些改動後來沒有在評估機構的記錄中更新。結果，MLS 可能顯示 2,400 平方英尺，而實測值只有 2,000 平方英尺。在這類情形下，應在執行多元自適應迴歸樣條 (MARS) 迴歸之前先更正 MLS 資料。需要注意的是，為可比交易案例獲取這類資訊可能需要一些調查工作。發現的差異應予以記錄以備將來參考。

綜上所述，可以合理假設，在 MLS 資料品質較高的地區，溢入殘差的錯誤與設計、狀況、品質等主觀且未測量特徵的影響相比是微不足道的。在估計 RCA 方法的準確性時，這是一個重要的考慮因素。例如，如果某個市場區域的 R^2 值為 80%，那麼價格中約有 20% 歸因於 CQA 殘差。因此，在殘差排序中定位估價對象時 $\pm 10\%$ 的誤差，傳導到最終價值結論上就是 $\pm 10\% \cdot 20\% = \pm 2\%$ 的誤差。這就是提高準確性的途徑！在許多情況下，可以得到誤差遠低於 $\pm 1\%$ 的準確價值估計。

因此，在 MARS 迴歸中把殘差當作未建模變數集體價值的間接指標是合理的，前提是估價工程師具備足夠的當地市場經驗，能夠識別系統性測量偏誤存在於何處以及為何存在。這種方法確保分析準確反映實際不動產價值，同時也承認不動產資料的侷限性與細微之處。

實例演算：在 Sea Ranch 測量未被測量的價值驅動因素

當某個市場區域可實現的 R^2 低於該市場表面同質性所應達到的水準時，本框架的應對方式是識別並測量缺失的變數，而不是接受這一侷限。索諾馬郡的 Sea Ranch 社區直接說明了這一點。

這是「測量而非接受」式應對的一個具體實例。索諾馬郡的 Sea Ranch 社區是一個沿海開發區，到海洋的距離是主要的價值驅動因素：在其他特徵相同的情況下，距離懸崖幾百英尺的住宅與向內陸四分之一英里的住宅，價格差異巨大。該社區的 MLS 資料並未把到海距離記錄為變數。基於現有 MLS 變數擬合的初始 MARS 模型，其解釋力低於該市場表面同質性所應支持的水準，且殘差結構未能按資料中任何可見特徵充分地對不動產排序——這一信號表明模型缺失了一個重要的驅動因素，而不是該市場本身噪聲很大。

補救辦法是直接測量。作者獲取了一張顯示不動產相對海岸線布局的社區地圖，並為數百套住宅測量了到海距離。將測得的距離作為變數加入 MLS 資料集，並重新執行 MARS 迴歸。新變數被模型選為顯著變數，解釋力大幅提升，隨後的殘差排序按與其餘主觀特徵——景觀、狀況、品質——相一致的模式對不動產排序，而不再受此前污染殘差的潛在到海距離信號的影響。在 MLS 變數缺失或不可靠的山坡社區，高程問題也以類似方式得到了處理。

這一方法論原則具有普遍性。當可實現的 R^2 低於該市場表面同質性所應支持的水準時，首要假設是模型缺失了一個重要變數，恰當的應對是弄清它是什麼並直接收集測量資料。資料來源包括社區地圖、GIS 資料、稅務評估記錄、建築管理部門記錄、衛星影像以及實地查勘。這類測量工作的成本是實實在在的，但有限度；一旦為某個市場區域收集了該變數，就可以在該區域的後續估價任務中沿用。RCA 能夠順暢地吸納新變數，因為該框架並不在意哪些變數進入

MARS 迴歸——殘差結構會告訴 VE 新變數是否捕捉到了真實信號，各項價值貢獻也會相應調整。

另一種應對方式——接受較低的 R^2 並報告更寬的誤差區間——在缺失的驅動因素確實無法測量（買方特有的偏好、短暫的市場情緒、交易的特殊情形）時是站得住腳的，但當這些因素只是尚未收集時則不然。面對一個弱模型，VE 的第一步應當是追問缺失的信號是否屬於後者。

11.4 什麼是準確性？

完美準確的估價要求：

1. 符合市場價值：估價對象的假設性銷售交易 100% 符合給定的市場價值定義。
2. 準確而穩健的模型開發：建立一個高品質的 MARS 模型，視地區而定，其 R^2 約為 75-80%，CVR2 約為 55-70%。
3. 良好的資料錯誤分析：已測量變數所有可能的資料錯誤都得到理解和控制，幾乎不溢入殘差。
4. 系統性偏誤核算：資料中任何系統性偏誤都應予以核算和調整。
5. 殘差排名分析：確保按殘差排名的不動產從最低到最高排名呈現出合理的特徵模式。遺產出售、虧本急售和拍賣出售等異常值應予以調查、解釋，並在必要時剔除。
6. 估價對象定位：在透徹理解殘差排序的基礎上，應準確定位估價對象。找出一處吸引力明顯更高的不動產和一處吸引力明顯更低的不動產，將估價對象置於兩者之間並打分。然後盡量收窄較高與較低不動產之間的排名區間。
7. 解釋性推理：絕不為追求準確性而犧牲解釋性推理。估價師必須能夠解釋估價對象與可比不動產之間的價值差異，至少要讓一個具有正常理解能力的人明白。例如，一個 R^2 和 CVR2 達到最優的良好 MARS 模型可用於解釋已測量特徵的價值貢獻，而估價工程師對殘差的分解則可用於解釋其他特徵的價值貢獻。
8. 過擬合：避免模型過擬合，不使用那些單獨或組合起來能夠識別一處或數處不動產的不動產特徵。尤其要避免使用其取值能夠鎖定少數不動產的因子變數。在規模足夠大的資料集中，用於標示社區的因子變數是合適的，但在游泳池極少的地區標示帶游泳池不動產的因子變數則必須慎用。標示唯一不動產的特徵，例如精確的 GIS 坐標、地號或地址，是絕對不允許的。

如果迴歸的 R^2 為 80%，我們預計估價對象價值中約有 20% 歸因於殘差。當然，這只是近似值。從 CQA—殘差曲線可知，殘差分布的大部分集中在 CQA 的低端和高端兩個極值區。基於 CQA—殘差曲線以及低、高 CQA 值處的極端斜率，我們可能預期在這些區域對殘差的估計不那麼準確。然而，這一點被這些區域不動產的相對稀少以及相鄰不動產之間吸引力差異更大這兩個因素所抵消。因此，儘管在中間區段我們談論的影響範圍可能是 $\pm 5\%$ ，在兩端我們更應關注的則是略窄的 $\pm 2 - \pm 3\%$ 範圍。

一般而言，由於 CQA—殘差曲線的非線性，計算 RCA 的準確性有一定難度。但只要你有一個合理的殘差排序，就可以逐案計算。CQA 分值的範圍是 0.0 到 10.0。有了良好的 MARS 模型，你的殘差排序應呈現出從吸引力最低到最高的清晰模式，你應該不難把評分控制在總範圍的 $\pm 5\%$ 之內，即 CQA 分值的 ± 0.5 之內。如果迴歸中有 100 處不動產，這相當於把估價對象準確地排入一個 10 處不動產的組內。那麼，參照表 3 中的伯靈格姆銷售資料，讓我們分別針對 VE 估計的 CQA 為 7.5、5.1 和 1.9 的情形計算近似準確性（或誤差），其中他對估價對象的價值結論為 \$3,000,000。注意，由於表 3 只包含所用數百處不動產中的一個樣本，必要時你需要（假設線性）對殘差進行插值。需要明確的是，我們假定 VE 在每種情形下都非常確信，他對估價對象的排名在僅含 100 處不動產的殘差排序中處於 ± 5 處不動產的範圍之內。

CQA= 7.5 ±0.5					
CQA	殘差	絕對差	預期誤差	假設成交價	誤差百分比
8.00	\$257,112				
7.50	\$197,113	\$59,999			
7.00	\$154,615	\$42,498	±\$51,249	\$3,000,000	±1.71%

CQA=5.1 ±0.5					
CQA	殘差	絕對差	預期誤差	假設成交價	誤差百分比
5.60	\$50,911				
5.10	\$19,559	\$31,352			
4.60	-\$28,207	\$47,766	±\$39,559	\$3,000,000	±1.32%

CQA= 1.9 ±0.5					
CQA	殘差	絕對差	預期誤差	假設成交價	誤差百分比
2.40	-\$228,411				
1.90	-\$276,381	\$47,970			
1.40	-\$326,938	\$50,557	±\$49,264	\$3,000,000	±1.64%

最後，驗證準確性的唯一客觀方式，是建立一套嚴格的規程（本文只是粗線條地部分提及）並核查其遵守情況。之所以必要，是因為受市場不完善的影響，實際成交價格可能偏離市場價值。將估價與其後的成交進行比較，可以在一定程度上反映準確性。然而，不動產市場的複雜性和不穩定性，要求由估價師或高度合格的估價工程師依據既定標準和規程給出價值估計。這些標準和規程應當足夠嚴格，以確保勝任的估價工程師能夠各自獨立地得出幾乎相同的價值結論。在大多數能夠獲得良好資料的情況下，這應當是一個可以實現的目標。

11.5 作為異常值的估價對象

既然估計一處不動產的市場價值需要分析近期的銷售交易，那麼就有理由追問：對於一處缺乏現代化改造和維修的較舊的估價對象，近期銷售交易能否很好地代表其各項特徵。在舊金山灣區尤其如此，那裡近期成交的住宅通常都經過翻新，以提高其售價。因此，可比成交案例的平均品質和狀況通常優於那些很久沒有進入市場的老舊住宅。這一價值差異應當由對估價對象殘差的估計——換言之，由其 CQA 分值——來捕捉。就估價對象估值中的資料品質與準確性而言，這是一個重要的考慮因素。

11.6 CVR2 在應對意外資料方面的重要性

MARS 迴歸基於對隨機選取的不動產子集多次迭代執行 R/earth，該子集通常佔 MLS 資料集的 80% 到 90%，稱為訓練集。其餘 10% - 20% 的不動產作為測試集。在這一階段，先由訓練資料集建立 MARS 模型，再用它預測測試資料集中不動產的成交價格，然後將預測值與實際成交價格進行比較。這一方法已被資料探勘者公認為構建穩健模型、預測尚未觀察到的不動產成交價格的最有效策略。

然而，CVR2 指標的主要用途並不在於反映迴歸模型對實際市場區域成交的事實準確性，而在於最佳化模型對以指定生效日期為準的假設性不動產交易的預測能力。這些不動產不在訓練資料集中，可能表現出訓練集和測試集不動產資料中都缺失的新的或意外的特徵組合。

在這一背景下，假設一處過去 15 年從未翻新的不動產在生效估價日期前一個月掛牌，我們如何估計其成交價格？一個 CVR2 表現強勁的模型，比一個未經過這種反覆交叉驗證的模型更有可能給出最準確的估計。同樣至關重要的是，資料集中要包含足夠數量、翻新、維修和現代化改造程度各異的可比不動產。

歸根結底，如果我們擁有一個穩健的模型，能夠準確預測可比不動產資料集中各項不動產特徵的價值貢獻，我們就能有效地把新的估價對象放入模型按殘差對這些不動產的排序之中。這一定位使我們能夠為該不動產賦予恰當的 CQA 分值和殘差。

12 殘差

正如「殘差約束法」這一名稱所示，殘差是本方法論的核心。此處的殘差是指不動產的淨成交价格與迴歸分析所預測的成交价格之間的差額。

正殘差表明，基於建築面積（GLA）、土地面積等典型可測量屬性，該不動產的成交價高於其估計價格，暗示其吸引力可能高於平均水準。負殘差則表明該不動產的成交價偏低，可能意味著吸引力較低或存在其他未被捕捉到的負面屬性。

考慮到較大的住宅通常具有較大的殘差，我們可以使用基於 GLA 的每平方英尺殘差進行更規範化的比較。關於這一問題的更深入討論將留待另一篇論文。

12.1 排序與評分

在為已測量變數建立 MARS 模型之後，為每一處不動產計算殘差。這些殘差表示觀測到的淨成交价格與模型預測的成交价格之間的差額。還應額外建立一欄「殘差/平方英尺」，即殘差除以住宅的居住面積——這是基於這樣的認識：一般而言，具體不動產的殘差會隨居住面積的大小而增大。其他可能的統計量在某些社區中或許效果更好，但那是另一個話題。

假設 7：「按殘差排序」

在本文中，凡提及「按殘差排序」，均應理解為按殘差排序、按殘差/平方英尺排序，或按估價工程師認為最適合該市場區域的其他殘差函數排序。作者在舊金山灣區的經驗表明，殘差/平方英尺通常最為可靠，尤其是在處理 GLA 異常小或異常大的估價對象時。

接下來，將各不動產按其殘差從最負到最正進行排序。然後為每一處不動產生成一個「狀況—品質—吸引力」（CQA）評分，取值範圍為 0.0 至 10.0。該評分的計算方法如下：

CQA 評分對應於某一不動產的殘差在所有不動產中的百分位排名。具體而言，評分的計算方法是：確定殘差低於該不動產的不動產所佔的百分比，再將該百分比除以 10。例如，若某一不動產的殘差高於 50% 的不動產的殘差，則其評分為 5.0。

由於四捨五入的原因，可能有一處不動產獲得 10.0 分，即殘差最高的那處不動產。然而，10.0 的滿分在理論上是不可能的，因為從邏輯上講，沒有任何不動產的殘差能夠高於 100% 的不動產（包括其自身）。另一方面，最低分 0.0 是可能出現的，因為至少有一處不動產不存在殘差更低的其他不動產。請注意，當比較的不動產數量很多時，由於四捨五入，可能不止一處不動產得到 0.0 分。

因此，CQA 評分提供了一個直觀的度量，用以衡量某一不動產的屬性與模型預期的吻合程度——評分越高，表明與模型預測的吻合度越好。

必須承認，只有當銷售條件與其市場價值相稱時，CQA 評分才可被視為可比不動產吸引力的間接指標。估價工程師有責任透過對銷售交易進行全面解釋和徹底調查，來查明殘差價值中是否包含高於或低於市場的因素。雖然顯著高於或低於市場的銷售並不常見，但在強制出售、遺囑認證、當事人無行為能力、串通等情形下仍可能發生。

表 3 展示了 MLS 資料的一個半真實節選，連同殘差和 CQA 評分（包括總額和每平方英尺兩種形式）。本研究分析的不動產總數約為 600 處。值得注意的是，若干參與迴歸的變數並未顯示。換言之，所展示的殘差是在 MARS 迴歸已考慮了成交日期等其他變數的影響之後得出的。

表 3: 按殘差排序的可比交易案例

成交價格	估計成交價	殘差	CQA	殘差/平方英尺	CQA SF	GLA	成交日期
\$3,450,000	\$2,318,865	\$1,131,135	10	\$420.50	9.98	2,690	2021-04
\$4,360,757	\$3,399,922	\$960,835	9.9	\$290.28	9.82	3,310	2021-09
\$4,000,000	\$3,134,444	\$865,556	9.8	\$234.57	9.60	3,690	2020-11
\$5,850,000	\$5,150,966	\$699,034	9.7	\$109.91	8.35	6,360	2021-12
\$3,600,000	\$3,023,366	\$576,634	9.5	\$269.46	9.79	2,140	2022-06
\$4,425,000	\$3,987,873	\$437,127	9.2	\$127.44	8.68	3,430	2021-08
\$2,530,000	\$2,164,564	\$365,436	8.9	\$180.02	9.28	2,030	2019-12
\$4,250,000	\$3,884,719	\$365,281	8.8	\$87.18	7.91	4,190	2021-08
\$3,350,000	\$3,034,613	\$315,387	8.5	\$130.87	8.75	2,410	2021-09
\$3,800,000	\$3,522,028	\$277,972	8.2	\$77.43	7.72	3,590	2020-09
\$4,200,000	\$3,963,748	\$236,252	7.8	\$56.12	6.89	4,210	2021-01
\$2,900,000	\$2,702,887	\$197,113	7.5	\$89.19	7.92	2,210	2021-07
\$4,250,000	\$4,103,885	\$146,115	6.9	\$39.38	6.29	3,710	2022-08
\$5,000,000	\$4,864,958	\$135,042	6.8	\$28.25	5.85	4,780	2021-07
\$4,320,000	\$4,199,672	\$120,328	6.5	\$33.90	6.04	3,550	2022-07
\$2,600,000	\$2,479,904	\$120,096	6.5	\$60.96	7.00	1,970	2021-10
\$3,400,000	\$3,301,146	\$98,854	6.2	\$30.32	5.90	3,260	2021-06
\$2,000,000	\$1,901,987	\$98,013	6.2	\$73.14	7.54	1,340	2019-11
\$3,000,000	\$2,919,718	\$80,282	5.9	\$26.50	5.79	3,030	2020-05
\$6,750,000	\$6,699,089	\$50,911	5.6	\$7.75	5.20	6,570	2020-08
\$5,652,000	\$5,601,570	\$50,430	5.5	\$12.83	5.37	3,930	2022-05
\$2,600,000	\$2,579,082	\$20,918	5.2	\$10.51	5.33	1,990	2022-03
\$1,925,000	\$1,905,441	\$19,559	5.1	\$11.51	5.36	1,700	2021-01
\$3,200,000	\$3,209,500	-\$9,500	4.8	-\$3.21	4.88	2,960	2020-11
\$4,150,000	\$4,187,560	-\$37,560	4.5	-\$10.49	4.68	3,580	2021-04
\$2,700,000	\$2,776,510	-\$76,510	3.9	-\$23.61	4.14	3,240	2021-07
\$3,450,000	\$3,567,668	-\$117,668	3.4	-\$31.05	3.90	3,790	2020-09
\$1,975,000	\$2,109,255	-\$134,255	3.3	-\$55.48	3.24	2,420	2020-02
\$1,950,000	\$2,085,431	-\$135,431	3.2	-\$68.40	2.86	1,980	2021-02
\$3,695,000	\$3,859,154	-\$164,154	3.1	-\$47.04	3.56	3,490	2021-05
\$2,288,000	\$2,455,747	-\$167,747	2.9	-\$56.86	3.19	2,950	2020-06
\$2,635,000	\$2,802,781	-\$167,781	2.9	-\$56.87	3.18	2,950	2020-09
\$2,050,000	\$2,217,794	-\$167,794	2.9	-\$82.66	2.46	2,030	2021-07
\$1,550,000	\$1,731,804	-\$181,804	2.7	-\$130.79	1.32	1,390	2021-05
\$2,800,000	\$3,028,411	-\$228,411	2.4	-\$81.58	2.51	2,800	2021-02
\$3,700,000	\$3,976,381	-\$276,381	1.9	-\$76.99	2.62	3,590	2021-08
\$2,517,500	\$2,834,974	-\$317,474	1.5	-\$120.71	1.48	2,630	2019-11
\$2,550,000	\$2,905,330	-\$355,330	1.1	-\$115.74	1.64	3,070	2019-12
\$1,815,000	\$2,263,944	-\$448,944	0.7	-\$273.75	0.15	1,640	2021-11
\$3,711,000	\$4,683,454	-\$972,454	0	-\$226.68	0.37	4,290	2021-12
\$2,225,000	\$3,332,960	-\$1,107,960	0	-\$370.56	0.03	2,990	2021-08
\$3,550,000	\$4,746,489	-\$1,196,489	0	-\$274.42	0.14	4,360	2022-06

12.2 CQA-殘差曲線

將某一社區的 CQA 與殘差/平方英尺作圖，必然得到 圖 2 所示的 CQA-殘差特徵曲線。該圖所示為 2022 年前後加州 Burlingame 的資料。將 CQA 評分與殘差值作圖通常也會觀察到類似的曲線；不過，我更傾向於使用殘差/平方英尺，因為它能夠結合估價對象的建築面積（GLA）來解讀 CQA。將殘差/平方英尺乘以 GLA，即可把某一不動產的 CQA 轉換為相應的殘差價值。

估價工程師必須仔細評估不動產的規模——具體而言是建築面積（GLA）——是否顯著影響殘差的大小。這一評估至關重要，因為它可以決定計算不動產價值的最準確方法。例如，高端廚房電器和豪華衛浴設施可以大幅提升住宅的殘差價值。然而，在廚房和衛生間的尺寸與布局普遍統一的社區中，這些升級可能與 GLA 的相關性並不強。它們對殘差價值的影響，可能更多在於它們所代表的品質，而非它們所佔據的空間。

相反，昂貴的外部特徵和材料能夠顯著提升不動產的門面吸引力，可能與不動產的規模有更直接的關係。較大的住宅可以容納更精緻的外部設施，例如大規模的園林綠化、更優質的屋頂材料或寬敞的露台，這些自然會提升不動產的整體吸引力，進而提升其殘差價值。

因此，估價工程師在分析殘差時必須考慮這些動態因素。他們不僅應評估高品質設施和特徵所帶來的內在價值，還應理解這些改進如何與不動產的物理尺寸相互作用。這種全面的方法可確保估價準確反映不動產的定性與定量屬性。

因此，建議同時繪製 CQA-殘差曲線和 CQA-殘差/平方英尺曲線並研究其差異，這可以揭示某一市場區域中的模式。估價工程師可以讓程式同時計算兩種殘差，並取某種加權平均來計算分配給估價對象的殘差。其影響可能大，也可能不大。

12.3 CQA 曲線的特徵

「狀況—品質—吸引力」（CQA）曲線提供了一個精細的模型，用以理解不動產價值如何隨給定區域內的吸引力、狀況和市場動態而波動。該模型捕捉了影響不動產市場的經濟因素與物理因素之間的相互作用，反映了不同細分市場中不動產估價的微妙現實。

12.3.1 CQA 曲線各組成部分的分析

1. 曲線左側的指數衰減：

當 CQA 評分從約 2 降至 0 時，不動產表現出快速惡化的特徵。曲線的這一部分可以很好地用指數衰減函數來表示，突顯了缺乏適當維護和更新的不動產會以多快的速度喪失其吸引力和價值。木材腐爛、顏色褪去、金屬鏽蝕等物理退化會加速這種衰退，尤其是在未定期維護的住宅中。

2. 中間區段的線性增長：

市場的主體通常屬於這一類別，其吸引力在評分約 2 至 8 之間近乎線性地增長。這一區段反映了那些總體上維護達標、但不一定具備突出品質或區位的不動產。它代表了住房市場中廣泛的中間層級，涵蓋了住房市場的大多數——這些住宅基於其標準特徵和整體狀況進行有競爭力的定價。

3. 曲線右側的指數增長：

在此，曲線在評分 8 至 10 之間呈指數上升，映照出市場中吸引力較高的一端。這一細分市場中的不動產往往屬於較富裕的人群，他們不僅投入於更優質的維護，還投入於能顯著提升不動產吸引力和價值的改進。指數增長反映了此類高品質不動產的稀缺性以及富裕買方的旺盛需求。而且要明白，一套價格較低的住宅在吸引力方面可能評分很高，而一套面積大、價格昂貴的住宅評分卻可能很低。這些動態可透過對 MARS 的專業運用而揭示出來，而大多數估價師通常不會注意到它們。

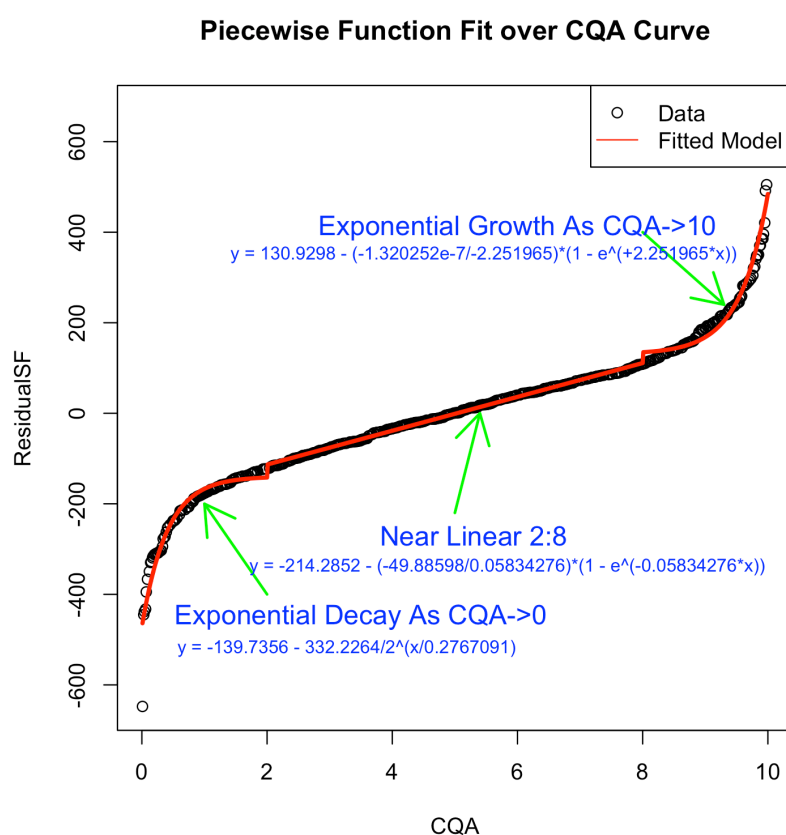
12.3.2 市場動態與社會含義

CQA 曲線隱含地講述了不同區域內相對財富與經濟差距的故事。在聖馬特奧郡這樣的地方，Burlingame 等區域與 Hillsborough、Woodside 或 Atherton 等更富裕社區之間的不動產價值差異，展示了顯著的社會經濟分化。這種差距影響著從不動產維護到市場估值的方方面面，並最終影響買方群體構成和不動產市場趨勢。

此外，還有這樣一個例子：一位相對富有的人士，在自己感到舒適、且出於種種原因更願意居住的中檔社區中投資建造高品質住宅——這凸顯了不動產經濟學的另一個關鍵方面——「過度建造」不動產的概念。此類不動產雖然極具吸引力，但可能在當地找不到能夠支付其在更高價位市場區域本可賣出的價格的買方。

CQA-殘差曲線是每個市場區域所特有的，在進行分析時不應被忽視。

圖 2: CQA-殘差特徵函數



12.4 估價對象殘差

與可比交易案例不同，估價對象並不具有客觀確定的殘差；它必須由估價工程師（VE）估計。這一估計為殘差約束法（RCA）規程引入了一定程度的主觀性，標誌著個人判斷發揮關鍵作用的一個重要環節。

為了估計「狀況—品質—吸引力」（CQA）評分，VE 會細緻地分析已排序的不動產，在排序中尋找可辨識的模式。這一分析通常涉及對每處不動產相關 MLS 照片的詳細審閱。對於大型資料集（如 600 處不動產）而言，逐一詳盡審閱並不現實。相反，VE 運用實務推理來近似判斷估價對象在整體排序中的可能位置。需要大量修繕的不動產（即「待修房」）通常位於排序底部附近，而更新程度高、吸引力強的不動產則往往排在頂部附近。

隨後，VE 採用更聚焦的方法，在排序中「跳躍」，以識別與估價對象吸引力最接近的可比交易案例。隨著範圍的縮小，VE 會更加關注各不動產之間的相似之處，尤其是在品質、狀況、設計美感（包括油漆、木作、石作和窗戶等元素）、功能效用及其他相關特徵等方面

必須理解的關鍵一點是，VE 的判斷從根本上受市場所確立的排序的引導。這確保了該過程中的主觀因素被錨定於市場現實，力求對估價對象作出公平而準確的估價。

12.5 RCA 價值結論

12.5.1 一般考慮

確定 CQA 評分對於確立不動產的估計殘差價值至關重要，因為這兩個要素本質上是相互關聯的。雖然不使用 CQA 也可以對不動產進行評估，但這一指標透過展示該不動產相對於市場區域內其他不動產所處的位置，提供了有價值的背景資訊。例如，CQA 評分為 3.2 表明該不動產的吸引力高於周邊 32% 的可比不動產。如果對所賦評分存在異議，異議方必須查閱排序，並基於照片證據或其他實質性資料來論證其提出的任何調整。如果排序體系是穩健的，且估價工程師（VE）已在此框架內準確定位了該不動產，則不太可能出現重大分歧。

在報告階段，通常會選擇 6 至 12 個近期且相關的可比交易案例來支持估價結論。對這些可比交易案例與估價對象之間的差異進行分析，並對每個變數作相應調整。然後將這些調整應用於可比交易案例的淨成交價格，得出調整後成交價格。正如數學上已證明的那樣，這些調整後價格應收斂於估價對象的估計成交價格。

12.5.2 複核、審計與投訴

一旦確定了估價對象的估計殘差，就可以為所有可比交易案例計算殘差調整。這些調整對 VE 針對其認為相關的特定 CQA 變數所作的進一步手工分解構成約束。必須強調的是，正如證明 II 所確認的，這些細化分解僅具解釋性，並不影響最終估值。

對於不滿意估價價值結論的使用者所提出的投訴，傳統估價師通常不得不浪費時間解釋為什麼某處價格更高或更低的不動產並不具有使用者所期望的價值影響。而使用 RCA，所有可能的可比交易案例（通常為 100-600 個）通常都被評估為與價格結論完全相同的價值，因此展示任意某處不動產的調整幾乎不費力氣。除估價對象殘差的評分外，整個 RCA 過程都是自動化且客觀的。因此，RCA 的另一個優勢在於，針對 VE 主觀判斷不完善之處的批評主要侷限於這一個環節——並且可以得到有效而高效的管理。此外，假設 R^2 約為 80%，估計估價對象殘差時 $\pm 10\%$ 的誤差對最終價值估計的影響僅為 $\pm 2\%$ 的誤差。

在許多情況下，估價對象在不動產殘差排序中的契合度如此之高，以至於可以預期其準確度在 $\pm 1\%$ 以內。

估計殘差與估價對象的 MARS 估計成交價格之和，即得出最終的價值結論，稱為殘差約束法（RCA）價值結論。這一過程確保了不動產估價方法的全面性與透明度，增強了人們對評估結果準確性與公正性的信心。

13 結論

殘差約束法是一個具有三項實質性貢獻的框架：其一，源於在整個市場而非小規模可比交易案例集合上擬合模型的結構性抗錨定性質（證明 I）；其二，一項不變性結果，使殘差分解得以作為解釋層而不擾動價值結論（證明 II 及其後的注記）；其三，一項經驗規律——CQA-殘差特徵曲線——它似乎以特徵性的「指數—線性—指數」形態在各市場區域中反覆出現。該框架的侷限性同樣具有實質性：殘差分解具有不變性但不具識別性；CQA 定位步驟依賴尚未經正式評分者間一致性研究驗證的 VE 判斷；其準確性主張尚待與替代方法進行基準比較。

本文所呈現的是一個框架和一套規程。本文尚未呈現、但目前正在進行的更大研究計畫所提供的，是一條可執行、可審計追溯的管線，它以具有可辯護預設設定的軟件將該規程付諸操作。這條管線——用於 MARS 基底函數階段的 CRAN 上的 earthUI 包、用於在這些基底函數上構建正則化結構模型的 glmnetUI 包，以及用於空間平滑的 mgcvUI 包——是本期姊妹文章的主題，也是從「作為方法的 RCA」通往「作為可交付成果的 RCA」的橋梁。估價監管中的理論與實務鴻溝（Craytor, 2026, 本期）說明了這座橋梁為何重要：估價產出在經濟上被當作前瞻性風險輸入來使用，而一個使現值意見可審計、可重現的框架，是對這種前瞻性用途進行任何誠實探討的前提條件。RCA 是這一更大計畫中的一步棋。它並非整個計畫，本文也並未如此宣稱。

參考文獻

- Ambrose, Brent W. et al. (2025). “Do Appraiser and Borrower Race Affect Mortgage Collateral Valuation?” In: *Review of Finance*. DOI: [10.1093/rof/rfaf046](https://doi.org/10.1093/rof/rfaf046).
- Craytor, William Bert (2026). “The Doctrine–Practice Gap in Real Estate Appraisal: A Structured Account of Functions, Boundaries, and Tensions”. In: *Valuation Engineer Journal* 1.1.
- Friedman, Jerome H. (1991). “Multivariate Adaptive Regression Splines”. In: *The Annals of Statistics* 19.1, pp. 1–141.
- Hastie, Trevor, Robert Tibshirani, and Jerome H. Friedman (2017). *The Elements of Statistical Learning: Data Mining, Inference, and Prediction*. Second. Springer Series in Statistics. New York, NY: Springer. ISBN: 978-0-387-84857-0.
- James, Gareth et al. (2013). *An Introduction to Statistical Learning: With Applications in R*. Springer Texts in Statistics 103. New York: Springer. ISBN: 978-1-4614-7137-0.
- Krivorotov, George and Michael LaCour-Little (2020). “AVM versus Appraisal-Based Underwriting in Refinance Mortgages: The Trade-off Between Noise and Bias”. In: *SSRN Electronic Journal*. DOI: [10.2139/ssrn.3603327](https://doi.org/10.2139/ssrn.3603327).
- Kuhn, Max and Kjell Johnson (2016). *Applied Predictive Modeling*. Corrected at 5th printing. New York: Springer. ISBN: 978-1-4614-6848-6.
- Milborrow, Stephen (2024a). *Earth: Multivariate Adaptive Regression Splines*. R Package. URL: <https://CRAN.R-project.org/package=earth>.
- (2024b). *Notes on the Earth Package*. Tech. rep. URL: <http://www.milbo.org/doc/earth-notes.pdf>.
- (2024c). *Variance Models in Earth*. Tech. rep. URL: <http://www.milbo.org/doc/earth-varmod.pdf>.
- Perry, Andre M., Jonathan Rothwell, and David Harshbarger (2018). *The Devaluation of Assets in Black Neighborhoods*. Tech. rep. Brookings Institution.
- Perry, Andre M., Jonathan Rothwell, J. Williamson, et al. (2024). *How Racial Bias in Appraisals Affects the Devaluation of Homes in Majority-Black Neighborhoods*. Tech. rep. Brookings Institution.

- Property Appraisal and Valuation Equity Task Force (2022). *Action Plan to Advance Property Appraisal and Valuation Equity*. Tech. rep. U.S. Department of Housing and Urban Development.
- Tzioumis, Konstantinos (2016). “Appraisers and Valuation Bias: An Empirical Analysis”. In: *Real Estate Economics* 45.3, pp. 679–712. DOI: [10.1111/1540-6229.12133](https://doi.org/10.1111/1540-6229.12133).
- Williamson, Jake and Mark Palim (2022). *Appraising the Appraisal: A Closer Look at Divergent Appraisal Values for Black and White Borrowers Refinancing Their Home*. Tech. rep. Fannie Mae.
- Zhang, Wengang (2020). *MARS Applications in Geotechnical Engineering Systems: Multi-Dimension with Big Data*. Singapore: Springer. ISBN: 978-981-13-7421-0.